

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGEC

DANIEL ALEXANDRE SCHIEVE

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO FATOR DE FRAGILIDADE DO CONCRETO NA
RELAÇÃO MOMENTO CURVATURA E NA DEFORMABILIDADE DE PILARES**

JOINVILLE
2026

DANIEL ALEXANDRE SCHIEVE

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO FATOR DE FRAGILIDADE DO CONCRETO NA
RELAÇÃO MOMENTO CURVATURA E NA DEFORMABILIDADE DE PILARES**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Kleyser Ribeiro

**JOINVILLE
2026**

FICHA CATALOGRÁFICA

Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da
Biblioteca Universitária Udesc,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Schieve, Daniel Alexandre
ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO FATOR DE
FRAGILIDADE
DO CONCRETO NA RELAÇÃO MOMENTO CURVATURA E
NA DEFORMABILIDADE DE PILARES / Daniel Alexandre
Schieve. -- 2026.
82 p.

Orientador: Kleyser Ribeiro
Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de
Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Joinville, 2026.

1. NBR 6118. 2. pilares de concreto armado. 3. método
geral. 4. efeitos de segunda ordem.. I. Ribeiro, Kleyser. II.
Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de
Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil. III. Título.

DANIEL ALEXANDRE SCHIEVE

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO FATOR DE FRAGILIDADE DO CONCRETO
NA RELAÇÃO MOMENTO CURVATURA E NA DEFORMABILIDADE DE PILARES**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Kleyser Ribeiro

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Kleyser Ribeiro

CCT/UEDESC (Orientador/Presidente)

Membros:

Prof.Dr^a. Anelize Borges Monteiro

UFSC

Prof.Dr. Fernando Toppan Rabello

IFSC

Joinville, 24 de fevereiro de 2026.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador por aceitar conduzir o meu trabalho de pesquisa, e me dar suporte e todo apoio necessário.

A todos os meus professores das disciplinas cursadas na Universidade do Estado de Santa Catarina – Udesc e pela excelência da qualidade técnica de cada um.

A minha esposa e meus pais que sempre me apoiaram ao longo de toda a minha trajetória. Sou grato à minha família pelo apoio que sempre me deram durante toda a minha vida.

A Deus por ter me permitido realizar esse sonho, e ter me dado saúde e sabedoria, e a disciplina de não me deixar desistir no meio do caminho.

Deixo um agradecimento especial ao meu orientador por tudo que me ajudou, pelo incentivo e pela dedicação do seu escasso tempo, e por acreditar em mim.

RESUMO

Nos últimos anos, o estudo da confiabilidade e da durabilidade das estruturas de concreto assumiu maior relevância no meio técnico-científico. Isso decorre da necessidade de se avaliar o desempenho das estruturas existentes e promover um aumento da vida útil das mesmas e de novas estruturas. Nesse contexto, observa-se o avanço das pesquisas científicas e a atualização das normas de projeto. Diante disso, propõe-se analisar a influência do fator de fragilidade da NBR 6118 na relação momento-curvatura e na deformabilidade de pilares. Desenvolve-se modelagem numérica e computacional, por meio de planilha eletrônica, a partir do método geral da norma brasileira, que é considerado o método mais realista entre as alternativas de análise dos pilares de concreto armado. Com a concepção de estruturas cada vez mais esbeltas, aumenta-se a influência dos efeitos de segunda ordem nos esforços e nas tensões atuantes na estrutura. Deste modo, simulam-se pilares idealizados com o uso do método geral, variando-se alguns parâmetros de projeto. Analisam-se seções equidistantes, por meio da relação momento-curvatura. Na sequência, obtêm-se os efeitos de segunda ordem, por meio do método das diferenças finitas. Em suma, pretende-se compreender a influência das recentes alterações normativas da NBR 6118, em comparação com a edição anterior da norma. Para tal finalidade, propõe-se a modelagem de 360 pilares, analisando-se os valores de ruptura dos mesmos, paralelamente à análise de variação dos deslocamentos. A partir da verificação dos 360 elementos, e da análise estatística dos resultados encontrados, foi possível constatar que há uma alteração estatisticamente significativa nos resultados obtidos para a nova versão da NBR6118. A taxa de aço foi o fator que gerou maior alteração para os resultados da relação momento-curvatura, e para a análise dos efeitos de segunda ordem o índice de esbeltez demonstrou maior alteração. Concluindo que houve uma alteração significativa com o impacto do fator de fragilidade adicionado na NBR6118:2023.

Palavras-chave: NBR 6118, pilares de concreto armado, método geral, efeitos de segunda ordem.

ABSTRACT

In recent years, the study of the reliability and durability of concrete structures has gained greater relevance in the technical-scientific field. This stems from the need to evaluate the performance of existing structures and promote an increase in the service life of existing structures and new structures. In this context, there is an advance in scientific research and an update of design standards. Therefore, this study proposes to analyze the influence of the fragility factor of NBR 6118 on the moment-curvature relationship and the deformability of columns. Numerical and computational modeling is developed using a spreadsheet, based on the general method of the Brazilian standard, which is considered the most realistic method among the alternatives for analyzing reinforced concrete columns. With the design of increasingly slender structures, the influence of second-order effects on the stresses and strains acting on the structure increases. Thus, idealized columns are simulated using the general method, varying some design parameters. Equidistant sections are analyzed using the moment-curvature relationship. Subsequently, second-order effects are obtained using the finite difference method. In short, the aim is to understand the influence of the recent normative changes in NBR 6118, compared to the previous edition of the standard. To this end, the modeling of 360 columns is proposed, analyzing their rupture values in parallel with the analysis of displacement variations. From the verification of the 360 elements and the statistical analysis of the results found, it was possible to verify that there is a statistically significant change in the results obtained for the new version of NBR6118. The steel ratio was the factor that generated the greatest change in the results of the moment-curvature relationship, and for the analysis of second-order effects, the slenderness ratio showed the greatest change. In conclusion, there was a significant change with the impact of the added fragility factor in NBR6118:2023.

Keywords: NBR 6118, reinforced concrete columns, general method, second-order effects.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação proposto para o concreto submetido à compressão, segundo a NBR 6118:2014.	18
Figura 2 - Diagrama tensão-deformação do aço para armaduras passivas, segundo a NBR 6118:2014.	20
Figura 3 - Diagrama tensão-deformação proposto para o concreto submetido à compressão, segundo a NBR 6118:2023.	22
Figura 4 - Comparativo de área de aço para classe de resistência do concreto em pilares de concreto armado.	23
Figura 5 - Comparativo econômico das estruturas de concreto com a adição do fator de fragilidade da NBR 6118:2023.	24
Figura 6 - Seção transversal retangular com armadura simetricamente distribuída em duas faces opostas (duas camadas de armadura).	27
Figura 7 - Procedimento para obtenção da tabela e do diagrama de momento-curvatura.	28
Figura 8 - Deformações na seção transversal.	29
Figura 9 - Domínios de Estado Limite Último de uma seção transversal conforme a NBR 6118:2023.	30
Figura 10 - Representação da relação momento-curvatura.	31
Figura 11 - Fluxograma para desenvolvimento do método das diferenças finitas.	32
Figura 12 - Discretização do pilar para aplicação do método das diferenças finitas.	33

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Relação momento-curvatura	42
Gráfico 2 - Resultados do Grupo 01.....	43
Gráfico 3 - Resultados do Grupo 02.....	45
Gráfico 4 - Resultados do Grupo 03.....	47
Gráfico 5 - Resultados do Grupo 04.....	49
Gráfico 6 - Resultados do Grupo 05.....	51
Gráfico 7 - Resultados do Grupo 06.....	53
Gráfico 8 - Resultados do Grupo 07.....	55
Gráfico 9 - Resultados do Grupo 08.....	57
Gráfico 10 - Resultados do Grupo 09.....	59
Gráfico 11 - Resultados do Grupo 10.....	61
Gráfico 12 - Resultados do Grupo 11.....	63
Gráfico 13 - Resultados do Grupo 12.....	65
Gráfico 14 - Resultados do Grupo 13.....	67
Gráfico 15 - Resultados do Grupo 14.....	69
Gráfico 16 - Resultados do Grupo 15.....	71
Gráfico 17 - Análise da redução percentual dos resultados com a aplicação do fator de fator de fragilidade da NBR 6118:2023 em função do índice de esbeltez e da resistência característica do concreto.	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coeficientes de ponderação para minoração das resistências segundo a NBR 6118:2014.	21
Tabela 2 - Variação de parâmetros para análise dos pilares idealizados.	34
Tabela 3 - Formulação para determinação da relação momento-curvatura para concretos até a classe de resistência C50 com base na NBR 6118:2014.	35
Tabela 4 - Formulação para determinação da relação momento-curvatura conforme a NBR 6118:2023.	37
Tabela 5 - Variáveis consideradas na aplicação do método geral.	39
Tabela 6 - Coeficientes de ponderação para minoração das resistências segundo a NBR 6118:2023.	40
Tabela 7 - Parâmetros do Grupo 01.	43
Tabela 8 - Parâmetros do Grupo 02.	45
Tabela 9 - Parâmetros do Grupo 03.	47
Tabela 10 - Parâmetros do Grupo 04.	49
Tabela 11 - Parâmetros do Grupo 05.	51
Tabela 12 - Parâmetros do Grupo 06.	53
Tabela 13 - Parâmetros do Grupo 07.	55
Tabela 14 - Parâmetros do Grupo 08.	57
Tabela 15 - Parâmetros do Grupo 09.	59
Tabela 16 - Parâmetros do Grupo 10.	61
Tabela 17 - Parâmetros do Grupo 11.	63
Tabela 18 - Parâmetros do Grupo 12.	65
Tabela 19 - Parâmetros do Grupo 13.	67
Tabela 20 - Parâmetros do Grupo 14.	69
Tabela 21 - Parâmetros do Grupo 15.	71
Tabela 22 - Redução dos valores para a versão da NBR 6118:2023 (ABNT, 2024).	73

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BU	Biblioteca Universitária
IN	Instrução Normativa
NBR	Normas Técnicas Brasileiras
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
Udesc	Universidade do Estado de Santa Catarina
RMC	Relação momento-curvatura
MDF	Método das diferenças finitas
MRd	Momento resistente de cálculo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	JUSTIFICATIVA	14
3	OBJETIVOS	15
3.1	OBJETIVO GERAL.....	15
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
4	REFERENCIAL TEÓRICO	16
4.1	DURABILIDADE E CONFIABILIDADE DE ESTRUTURAS.....	16
4.2	VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO SEGUNDO A NBR 6118:2014.....	17
4.2.1	Diagramas tensão-deformação	18
4.3	VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO SEGUNDO A NBR 6118:2023.....	21
4.3.1	Fator de fragilidade	22
4.4	MÉTODO GERAL.....	25
4.5	RELAÇÃO MOMENTO-CURVATURA	25
4.5.1	Determinação da relação momento-curvatura	26
4.6	EFEITOS LOCAIS DE SEGUNDA ORDEM	31
4.6.1	Método das diferenças finitas	31
5	METODOLOGIA	34
5.1	FORMULAÇÃO	34
5.1.1	Formulação conforme NBR 6118:2014	35
5.1.2	Formulação conforme NBR 6118:2023	37
5.1.3	Método geral	38
5.1.4	Método das diferenças finitas	40
6	RESULTADOS	42
6.1	ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE ENTRADA.....	43
6.1.1	Grupo de Pilares com Base de Largura 20 cm	43
6.1.2	Grupo de Pilares com Base de Largura 40 cm	53
6.1.3	Grupo de Pilares com Base de Largura 60 cm	63
6.2	SÍNTESE DOS RESULTADOS	73
6.3	ANÁLISE DA RELAÇÃO MOMENTO CURVATURA	73

6.4	ANÁLISE DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS	74
7	CONCLUSÃO	76
	REFERÊNCIAS	78

1 INTRODUÇÃO

Os pilares de concreto armado desempenham um papel fundamental nas estruturas, sendo responsáveis por suportar cargas verticais e transmitir esforços aos elementos inferiores (Araújo, 2023). Por sua função estrutural relevante, é de grande importância o seu correto dimensionamento. As normas de projeto de estruturas trazem consigo uma abordagem semi-probabilística, com a utilização de coeficientes de segurança parciais para garantir a segurança mínima das estruturas. Atualmente, a principal norma brasileira para as estruturas de concreto armado e protendido é a NBR 6118 (ABNT, 2024).

A norma de concreto armado teve o seu surgimento em 1940, intitulada como NB1, sendo a primeira norma brasileira de concreto. Posteriormente, ela foi nomeada como NBR 6118, em 1978. Houve diversas atualizações e mudanças em todo o percurso, com a atualização recente da norma em 2023. Neste contexto, o enfoque deste trabalho é analisar uma das alterações trazidas na revisão da NBR 6118 de 2023. De fato, o fator de fragilidade é uma das principais mudanças introduzidas na norma brasileira, sendo proposto para o diagrama tensão-deformação do concreto para efeitos de compressão, aplicado para concretos a partir de 40 MPa.

Para determinar os resultados estimados para a carga de ruptura e a deformabilidade de pilares, pode-se aplicar o método geral da NBR 6118:2023 (ABNT, 2024), com a devida validação do procedimento numérico. Na aplicação do método geral, a relação momento-curvatura pode ser utilizada para considerar a não-linearidade física, ou seja, o comportamento dos materiais. Adicionalmente, a deformabilidade dos pilares pode ser calculada por procedimentos não-aproximados, tais como o método das diferenças finitas e a viga conjugada de Mohr, considerando-se a não-linearidade geométrica.

Nesse contexto, define-se o principal objetivo deste trabalho: analisar pilares de concreto armado calculados a partir da relação momento-curvatura e de método não-aproximado para a determinação da deformabilidade, levando-se em consideração as mudanças normativas introduzidas na última revisão da NBR 6118 (ABNT, 2024).

2 JUSTIFICATIVA

Com o avanço normativo da NBR 6118, norma brasileira para o projeto de estruturas de concreto, houve alterações no diagrama tensão-deformação de compressão do concreto. Tais mudanças conduziram à alteração dos resultados obtidos nas análises de estruturas no estado-limite último. Contudo, a influência dessas mudanças para pilares ainda foi pouco explorada, sendo que ainda há poucos estudos evidenciando a influência destas alterações normativas.

Busca-se determinar a capacidade de carga dos pilares a partir da curva real para momentos e curvaturas, por meio do método geral. Optou-se por tal método, pelo fato de que este considera a não-linearidade geométrica da estrutura, de forma bastante precisa, a partir da consideração da não-linearidade física, por meio da relação momento-curvatura real em cada seção.

Observando-se essa lacuna, justifica-se a necessidade de analisar os efeitos das alterações da NBR 6118, comparando-se com modelos anteriores da norma e modelos propostos por outras referências, principalmente no que diz respeito ao fator de fragilidade adicionado para concretos com resistência característica à compressão a partir de 40 MPa.

O avanço dos grandes empreendimentos, com edifícios mais altos e mais esbeltos, aumentou a relevância da análise dos efeitos de segunda ordem, sendo necessária para muitos casos. Por meio do desenvolvimento de modelo numérico com poucas aproximações, permite-se obter uma maior precisão nos resultados, conduzindo-se a valores próximos dos obtidos quando realizados os ensaios experimentais de ruptura, resguardada a margem de segurança necessária.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GERAL

Análise da influência do fator de fragilidade do concreto na relação momento-curvatura e na deformabilidade de pilares calculados com base no método geral da norma brasileira NBR 6118.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver um procedimento numérico preciso, a partir de algoritmo computacional a ser implementado em planilha eletrônica, para o cálculo da relação momento-curvatura com a adição do fator de fragilidade do diagrama tensão-deformação da NBR 6118:2023.
- Realizar um estudo paramétrico, replicando-se o modelo numérico de cálculo dos pilares para variáveis distintas, calculando os efeitos de segunda ordem por meio do método das diferenças finitas.
- Realizar uma análise numérica, quantitativa e comparativa, a partir dos resultados obtidos para uma amostra de pilares calculados pelo método geral, com base na NBR 6118:2014 e na NBR 6118:2023.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

4.1 DURABILIDADE E CONFIABILIDADE DE ESTRUTURAS

O concreto armado é um dos sistemas estruturais mais utilizados no Brasil e no mundo, tanto para obras formais quanto informais (Santos, 2008). Como todo material de engenharia, o concreto e o aço possuem uma determinada durabilidade, sendo imprescindível a análise de estruturas existentes, principalmente em relação à sua durabilidade e à sua confiabilidade.

As incertezas associadas às estruturas existentes possuem maiores divergências comparadas ao projeto de novas estruturas. Diante disso, é aconselhável ajustar o nível de precisão exigido nos procedimentos de avaliação e intervenção para estruturas existentes (Badimuen, 2017).

Ao contrário das novas construções, as estruturas existentes foram influenciadas por vários fatores, ao longo do tempo, que as diferenciam dos edifícios recém-projetados. Entre esses fatores, inclui-se o processo de deterioração do concreto, que pode ser causado por fatores mecânicos, como choques, impactos e tensões na fundação. Há também os fatores físicos, como cavitação, atrito, cristalização de sal, retração hidráulica, expansão térmica e exposição ao fogo. Além disso, há fatores químicos, como reação álcali-agregado, ataque de sulfato e corrosão ácida, que podem contribuir para a deterioração das estruturas existentes.

Na construção civil, um dos principais problemas das estruturas é conseguir extrair o máximo do potencial dos materiais e, respectivamente, do sistema estrutural. Ainda na etapa de projeto, busca-se a otimização de resultados (Brondani, 2015).

Ao avaliar a resistência característica à compressão do concreto de novas estruturas, ensaiam-se comumente corpos-de-prova após um período de 28 dias. Para avaliação de estruturas existentes, podem-se extrair amostras para testes em laboratório, mas também é possível aproximar a resistência in situ por meio de outros métodos, como testes de carga, exames de ultrassom, gamografia e esclerometria.

Com o avanço nas pesquisas relacionadas à durabilidade e à confiabilidade, desenvolveram-se métodos que possibilitam estimar ambas, por meio de rotinas matemáticas, algoritmos e implementações computacionais (Ribeiro, 2022). Por exemplo, podem-se fazer estimativas para um pilar existente, por meio de simulações numéricas. Desta forma, possibilita-se mensurar o valor do índice de confiabilidade,

que é o grau de confiança de uma parte da estrutura ou do sistema como um todo, para que se atendam às especificações, condições previstas ou à vida útil de projeto.

A problematização quanto à confiabilidade estrutural, no âmbito da engenharia civil, fundamenta-se na mensuração da margem de segurança, na análise da capacidade portante (resistência da estrutura) em comparação às tensões solicitantes e às respectivas deformações (solicitação da estrutura).

Os principais desafios a serem superados para uma estimativa adequada dos valores destes parâmetros e das respectivas condições extremas de demanda encontram-se nas condicionantes ambientais e nas especificidades dos materiais e tecnologias construtivas de cada região.

Contudo, o desenvolvimento do estudo da confiabilidade e das respectivas análises estatísticas é de suma importância para o avanço e aprimoramento dos códigos normativos. Neste contexto, insere-se o avanço normativo da norma brasileira NBR 6118:2023 (ABNT, 2024).

Conseqüentemente, o capítulo em questão explorará metodologias e diretrizes técnicas, principalmente, relativas ao projeto e à avaliação de pilares de concreto armado. Sendo assim, aborda-se a teoria referente à relação momento-curvatura, aos efeitos de segunda ordem e demais conteúdos correlacionados.

4.2 VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO SEGUNDO A NBR 6118:2014

A Norma Brasileira NBR 6118:2014 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento (ABNT, 2014) é a referência normativa que delineava os protocolos e os requisitos fundamentais para o projeto de estruturas de concreto armado e protendido, dentro do domínio nacional, até o ano de 2023. Com base nisso, seguem-se as prescrições relativas às características dos materiais, tais como os diagramas tensão-deformação para o concreto e o aço, os coeficientes de ponderação para ações e resistências, bem como os demais critérios relevantes para determinar a resistência de seções submetidas aos esforços solicitantes em cada tipo de elemento, considerando-se também os domínios de deformação no estado limite último.

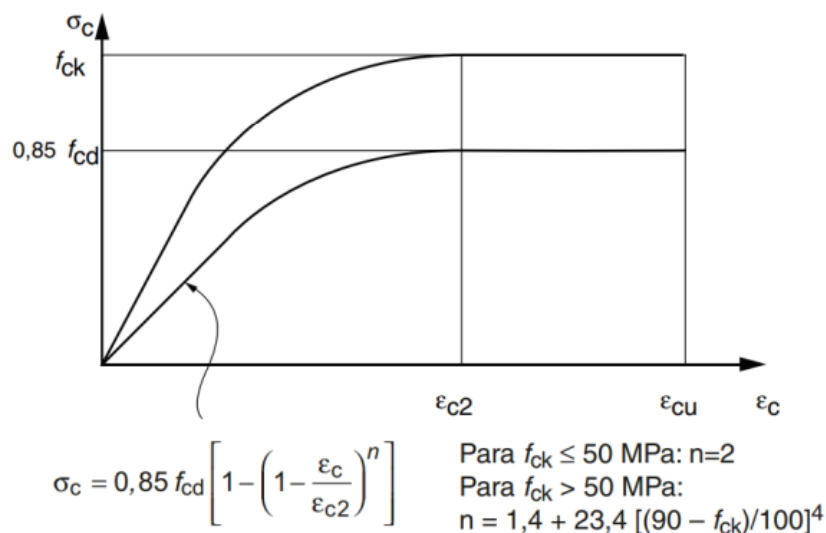
4.2.1 Diagramas tensão-deformação

Os diagramas subsequentes ilustram as relações tensão-deformação padronizadas para ambos os materiais, concreto e aço, de acordo com a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014). Desta forma, pode-se avaliar o comportamento mecânico dos mesmos, quando submetidos às cargas que geram tensões e deformações.

4.2.1.1 Diagrama para compressão no concreto

O diagrama tensão-deformação idealizado para o concreto submetido à compressão, para o estado limite último, pode ser visualizado na Figura 1. Neste caso, dois segmentos distintos são observados. O trecho inicial exibe um comportamento não-linear, sendo representado graficamente por uma curva. Na sequência, visualiza-se uma linha horizontal, referente a um patamar de tensão constante. O gráfico se estende até um valor máximo estipulado para a deformação de compressão ou encurtamento.

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação proposto para o concreto submetido à compressão, segundo a NBR 6118:2014.



Fonte: NBR 6118:2014 (ABNT, 2014).

Segundo NBR 6118 a tensão atuante sobre o concreto σ_c pode ser obtida por meio da equação fornecida pela própria norma, em função das deformações. Limita-se a tensão de compressão no material a 85% do valor da resistência de cálculo à

compressão do concreto, f_{cd} , levando-se em consideração a diminuição da resistência mecânica quando submete-se o elemento à ação de cargas prolongadas, cargas mantidas ou de longa duração, denominando-se de efeito Rüsçh. Por sua vez, o expoente de ajuste n tem valor variável em função da resistência característica à compressão do concreto, representada por f_{ck} . Para as deformações específicas de encurtamento do concreto no início do patamar plástico, ϵ_{c2} , e de encurtamento do concreto na ruptura, ϵ_{cu} , adotam-se as recomendações da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014). Neste caso, adotam-se os valores ou as fórmulas propostas para ϵ_{c2} e ϵ_{cu} , para o Grupo I (classes de resistência do concreto até C50) e Grupo II (classes de resistência do concreto de C55 a C90), visto que a norma diferencia o comportamento do concreto entre os dois grupos de resistência mencionados.

Grupo I:

$$\epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$$

Grupo II:

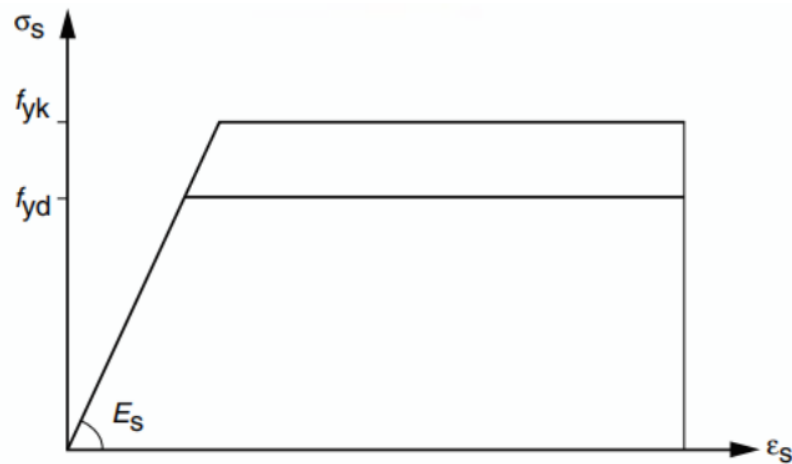
$$\epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} + 0,085 \text{ ‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53}$$

$$\epsilon_{cu} = 2,6 \text{ ‰} + 35 \text{ ‰} \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4$$

4.2.1.2 Diagrama para o aço de reforço passivo

Em relação ao diagrama de tensão-deformação para o aço da armadura, utilizado como reforço passivo, a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014) indica que a aplicação do diagrama simplificado da Figura 2 é permitida quando se efetua o cálculo para os estados limites de serviço e para os estados limites últimos. Tal gráfico divide-se em um trecho ascendente, perfeitamente elástico e linear, cuja inclinação corresponde ao módulo de elasticidade longitudinal do aço (E_s). Por recomendação da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014), admite-se que o módulo de elasticidade é igual a 210 GPa. No trecho subsequente do gráfico, observa-se um patamar perfeitamente plástico correspondente à tensão de escoamento constante, sendo que a deformação varia do início do escoamento até o alongamento último estabelecido para o aço.

Figura 2 - Diagrama tensão-deformação do aço para armaduras passivas, segundo a NBR 6118:2014.



Fonte: NBR 6118:2014 (ABNT, 2014).

4.2.1.3 Coeficientes de ponderação das resistências

Com base na NBR 6118:2014 (ABNT, 2014), devem-se aplicar coeficientes de segurança parciais aos valores característicos da resistência dos materiais. Estes coeficientes atuam na minoração das resistências, visando-se garantir uma margem de segurança conveniente, ao afastar as tensões solicitantes dos limites de resistência obtidos a partir de ensaios experimentais.

A resistência de cálculo à compressão do concreto (f_{cd}) é obtida pela fórmula (1) em função da resistência característica à compressão (f_{ck}), para a resistência do concreto aos 28 dias após o lançamento, e ponderada pelo coeficiente γ_c .

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (1)$$

Por sua vez, o valor da resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura (f_{yd}) é dado pela função (2). Sendo o produto da resistência característica ao escoamento do aço (f_{yk}) pelo coeficiente γ_s .

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2)$$

Os coeficientes de ponderação para os dois materiais, concreto e aço, respectivamente, γ_c e γ_s , são estabelecidos pela NBR 6118:2014 (ABNT, 2014), conforme a Tabela 1.

Tabela 1 - Coeficientes de ponderação para minoração das resistências segundo a NBR 6118:2014.

Combinações últimas	Concreto	Aço
	γ_c	γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

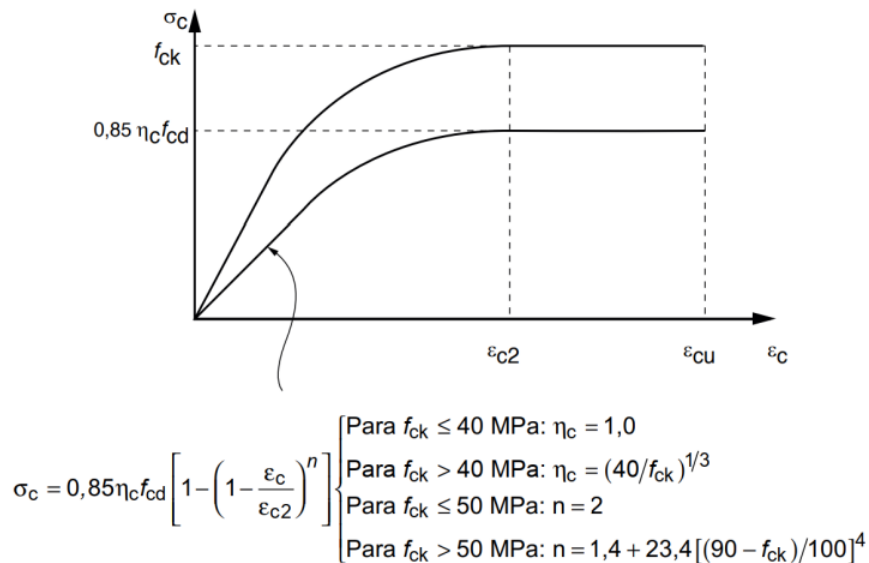
Fonte: NBR 6118:2014 (ABNT, 2014).

Nas situações normais de projeto, para edificações usuais, usam-se os coeficientes propostos para combinações últimas normais.

4.3 VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO SEGUNDO A NBR 6118:2023

A NBR 6118:2023 (ABNT, 2024) trouxe algumas mudanças em relação ao que já estava em vigor na NBR 6118:2014 (ABNT, 2014). No âmbito da análise estrutural, dimensionamento e verificação de elementos de concreto armado, a NBR 6118:2023 (ABNT, 2024) apresentou uma relevante mudança com a inserção do fator de fragilidade ao diagrama tensão-deformação do concreto. Representado por η_c , este coeficiente tem sua origem no Eurocode, com o objetivo inicial de conduzir a uma redução nas tensões no concreto para elementos com resistência característica à compressão acima de 40 MPa. A partir do novo diagrama, mostrado na Figura 3, deve-se adotar também a formulação para determinação do coeficiente η_c .

Figura 3 - Diagrama tensão-deformação proposto para o concreto submetido à compressão, segundo a NBR 6118:2023.



Fonte: NBR 6118:2023 (ABNT, 2024).

Salienta-se que a NBR 6118 é a principal norma brasileira que rege o projeto de estruturas de concreto armado, estabelecendo critérios de segurança, durabilidade e desempenho. Com a revisão de 2023, o fator de fragilidade foi introduzido no diagrama tensão-deformação, buscando-se representar de forma mais adequada o comportamento do concreto diante de tensões de compressão elevadas.

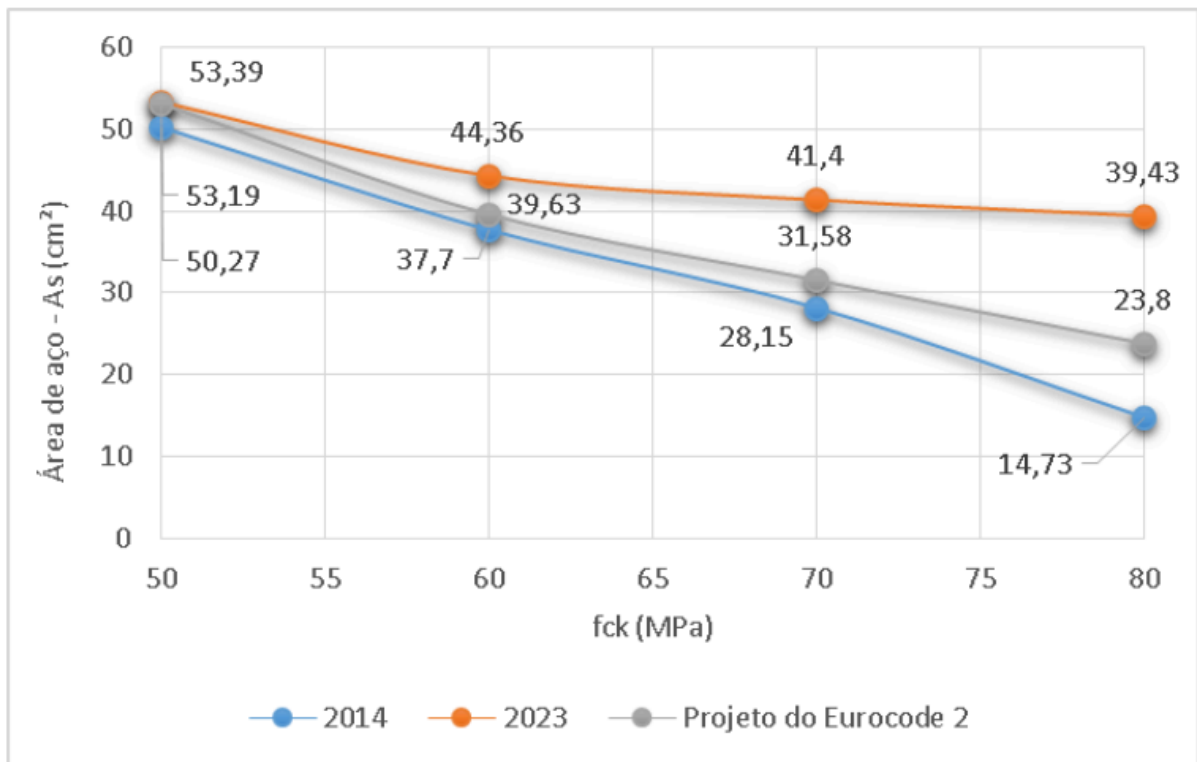
Para o diagrama de tensão-deformação para o aço da armadura, utilizado como reforço passivo, a NBR 6118:2023 (ABNT, 2024) mantém os dados da NBR 6118:2014, apresentados no item 4.2.1.2, e seus respectivos fatores de minoração.

4.3.1 Fator de fragilidade

Segundo Benetti (2024), comparando a quantidade da armadura por meio de software, entre a versão normativa da NBR 6118:2014, com a versão de 2023, e o projeto da Eurocode 2 Fpr 1992-1-1:2022, não apresentando valores expressivos para vigas de concreto, mas para pilares, o aumento na área de aço foi significativo. Comparando entre a versão do Eurocode com a NBR 6118:2023, observou-se um aumento de 1,6 vezes no consumo de aço em pilares com concreto C80, e comparando entre as versões da norma brasileira, teve um consumo 2,68 vezes maior.

A partir dos resultados obtidos por Benetti (2024), na Figura 4 é possível visualizar a diferença entre a área de aço variando-se o valor de resistência característica do concreto (f_{ck}), sendo que os valores da área de aço não devem ultrapassar os 4%, valores encontrados para a versão da NBR 6118:2023 foram acima dos 4% de área de aço, que seria então necessário reajustar os valores da seção transversal do pilar. Benetti (2024) indica a introdução do $\eta\epsilon$ como sendo inadequada.

Figura 4 - Comparativo de área de aço para classe de resistência do concreto em pilares de concreto armado.



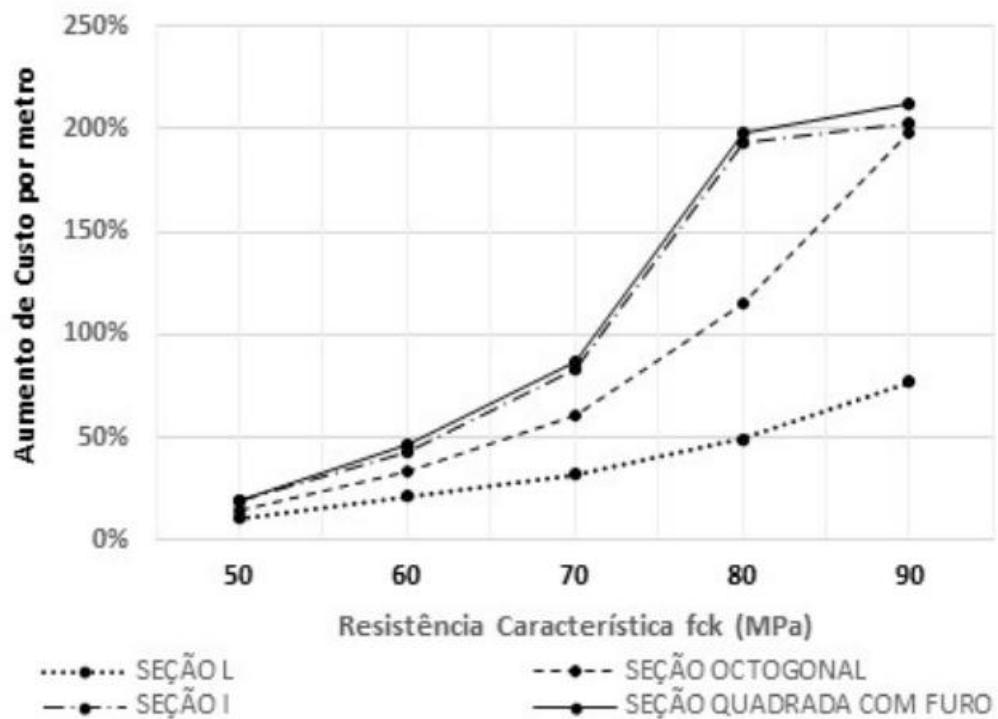
Fonte: Benetti (2024)

Araújo (2023) conclui que o fator de fragilidade adicionado na NBR 6118:2023 foi introduzido de maneira equivocada. Para problemas com flexão simples ou flexo compressão com grandes excentricidades não observaram grandes efeitos. Porém, houve grandes diferenças para pilares de concreto armado que apresentam pequenas excentricidades.

Segundo Borges (2024), para seções poligonais de concreto armado, especificamente em seções tipo em L, observou-se um aumento de quase 80% na taxa de aço, tornando estruturas com seção L antieconômicas para concretos com classe de resistência acima de 50 MPa. Em uma seção octogonal, quadrada vazada

e seção I, também foi possível visualizar um aumento significativo, com aumento de quase três vezes no consumo do aço, comportamento obtido em quase todas as seções foi incoerente, apresentando maior taxa de aço com concretos com classe de resistência maior. Na análise econômica apresentada a seguir é possível visualizar um aumento expressivo nos valores do custo das estruturas de concreto pela adição do fator de fragilidade.

Figura 5 - Comparativo econômico das estruturas de concreto com a adição do fator de fragilidade da NBR 6118:2023.



Fonte: Borges (2024).

4.4 MÉTODO GERAL

O método geral tem como base a relação momento-curvatura, seguida pela análise dos efeitos de segunda ordem, que podem ser determinados utilizando duas abordagens distintas, a analogia de Mohr e o método das diferenças finitas. Os dois métodos são modelos matemáticos que permitem o cálculo dos efeitos de segunda ordem, conduzindo a resultados com uma ótima precisão, sendo que operam por meio da divisão e cálculo em seções. Quanto maior a quantidade de seções, torna-se possível obter maior precisão nos resultados, embora isso resulte também em um aumento no número de cálculos necessários (Ribeiro, 2011). Desta forma, torna-se impraticável a resolução de forma manual, sendo normalmente executada por meio de planilhas eletrônicas ou programação.

O método utilizado neste trabalho é o método de diferenças finitas, utiliza como base a análise da curvatura e do respectivo momento em seções, abrangendo a análise não linear de segunda ordem que explica a não linearidade geométrica da estrutura ao lado do comportamento físico não linear dos materiais (aço e concreto). São obtidos resultados bastante precisos, lembrando-se ainda que o método geral é obrigatório somente para pilares bastante esbeltos, com índice de esbeltez acima de 140, de acordo com a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014) e NBR 6118:2023 (ABNT, 2024). Pode ser aplicado também para pilares com qualquer nível de esbeltez, como também para as mais diversas seções transversais e para qualquer condição de carregamento.

4.5 RELAÇÃO MOMENTO-CURVATURA

A relação entre o momento e a curvatura precisa ser estabelecida para um determinado esforço normal aplicado à estrutura. Por meio dela, considera-se o comportamento não-linear das seções transversais de concreto armado. Desta forma, incorpora-se a não-linearidade física inerente ao comportamento conjunto do aço e do concreto.

Segundo Ribeiro (2011), podem-se obter o momento último resistente e a respectiva curvatura máxima, definindo-se o ponto de falha da seção transversal. Posteriormente, estes valores podem ser aplicados à análise da deformabilidade de pilares. Para isso, é imperativo examinar a seção transversal do elemento, levando-se em consideração as propriedades dos materiais, assim como as suas

configurações geométricas. Logo, é fundamental definir a resistência e a capacidade de deformação do aço e do concreto, em conjunto com as dimensões da seção transversal bruta e a configuração das barras de reforço.

Por se tratar de um método de verificação, necessita-se determinar as dimensões da seção transversal com antecedência, além da armadura de reforço correspondente. Para esta finalidade, podem ser adotados métodos aproximados, assim como tabelas ou ábacos de pré-dimensionamento.

A relação momento-curvatura pode ser expressa no formato numérico, por meio de tabelas, ou por meio gráfico, na forma de diagrama, dependendo dos objetivos da análise. A construção da tabela é crucial para a organização sistemática dos dados e o posterior traçado do diagrama. O diagrama desempenha um papel fundamental no que diz respeito à visualização da curva que correlaciona momentos e curvaturas correspondentes. Além disso, torna-se possível observar outras características, tais como os pontos de fissuração e de escoamento, ou a presença de algum segmento aproximadamente linear.

4.5.1 Determinação da relação momento-curvatura

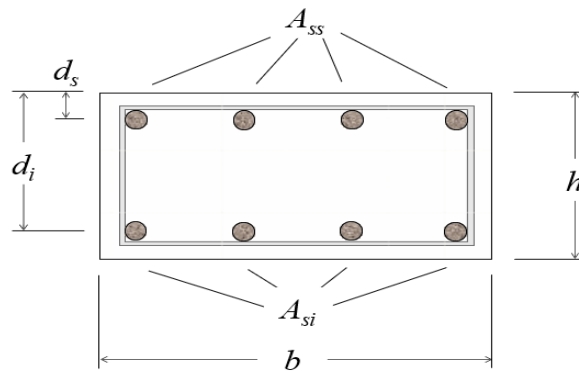
Para determinação da relação momento-curvatura, é necessário aplicar um procedimento iterativo, caracterizado por sucessivas tentativas ou aproximações. Conseqüentemente, o cálculo manual dessa relação é excessivamente trabalhoso e exige tempo e esforço substanciais, atribuíveis ao extenso número de operações envolvidas. No entanto, pode-se aumentar a eficiência desse cálculo, por meio da utilização de linguagens de programação e sua implementação computacional, como também por meio de planilhas eletrônicas (Ribeiro, 2011).

Tanto as linguagens de programação quanto as planilhas eletrônicas servem como ferramentas computacionais eficazes para a implementação de algoritmos e rotinas que visam o processamento mais rápido dos cálculos para obtenção da relação momento-curvatura. Neste trabalho, o procedimento numérico será desenvolvido por meio de planilha eletrônica, utilizando-se também programas computacionais para a verificação de resultados e cálculos complementares.

Neste trabalho, propõe-se adotar o procedimento numérico para seções transversais retangulares, com armadura longitudinal distribuída simetricamente em faces opostas, conforme ilustrado na Figura 6. Optou-se pela seção transversal

retangular por ser a mais comum no projeto de edifícios e de obras de engenharia em geral. Contudo, salienta-se que o procedimento também pode ser adaptado para outras formas de seção transversal.

Figura 6 - Seção transversal retangular com armadura simetricamente distribuída em duas faces opostas (duas camadas de armadura).

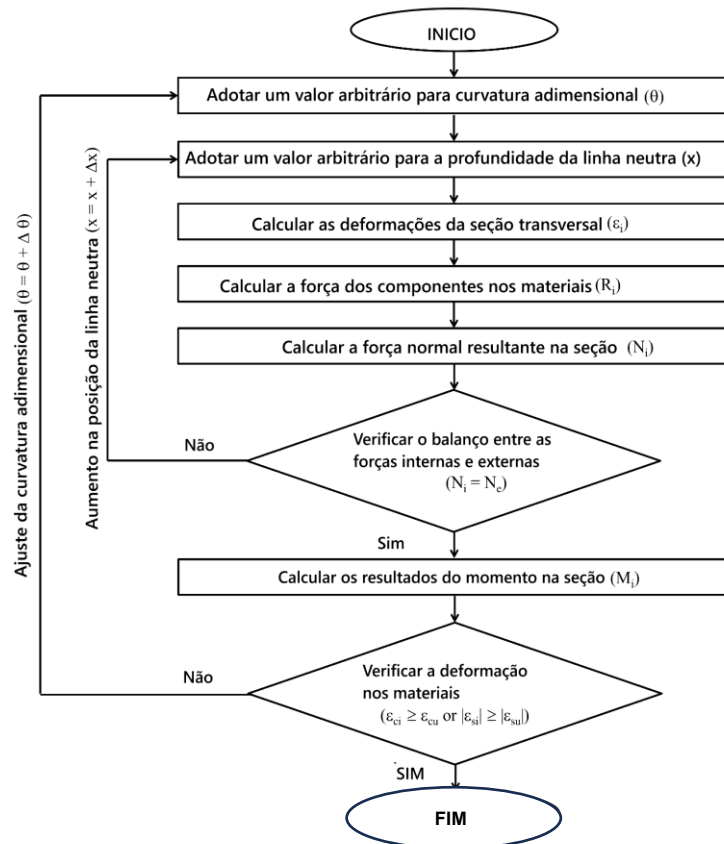


Fonte: Ribeiro (2011).

Para obtenção da relação momento-curvatura, utiliza-se o procedimento resumido no fluxograma apresentado na Figura 07, com base em Ribeiro, Loriggio e Real (2021), Ribeiro, Loriggio e Real (2022), e Ribeiro (2022).

As fases da formulação da tabela de momentos e de curvaturas como pode ser visto na Figura 7, apresentam certa variabilidade, dependendo da literatura consultada. No entanto, os conceitos fundamentais que norteiam o processo permanecem consistentes (Ribeiro, 2011).

Figura 7 - Procedimento para obtenção da tabela e do diagrama de momento-curvatura.



Fonte: Adaptado de Ribeiro (2022).

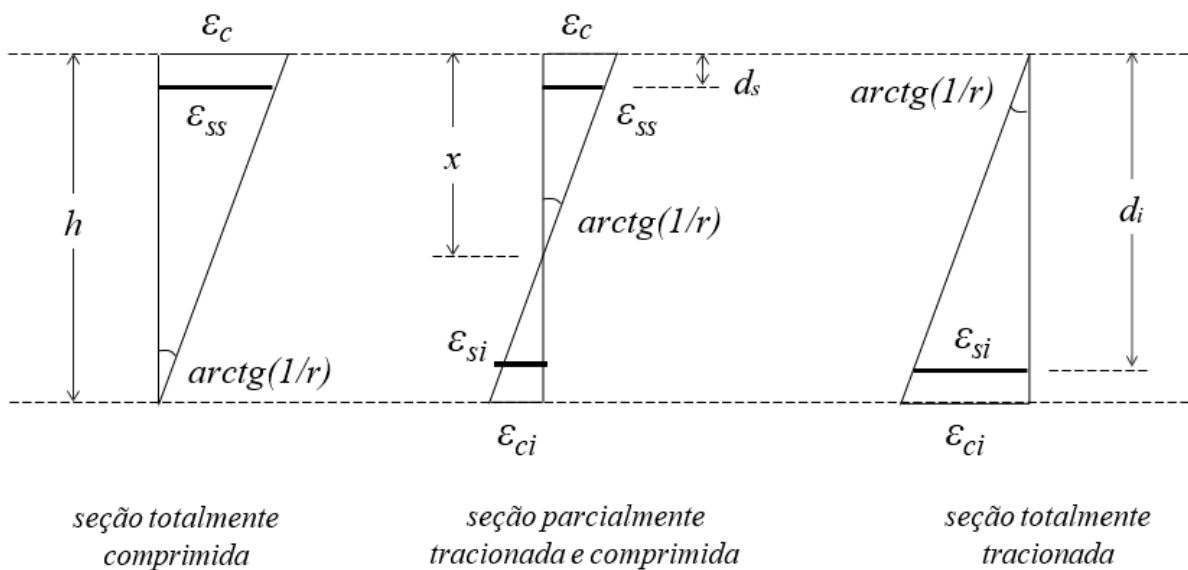
O procedimento é desenvolvido seguindo os seguintes passos:

- inicia-se adotando para a curvatura adimensional $\theta = 0$;
- arbitra-se a profundidade da linha neutra, representada por x , inicialmente $x = 0$, e nas etapas seguintes $x = x + \Delta x$;
- calculam-se as deformações no concreto (ϵ_c), no aço da armadura inferior (ϵ_{si}), no aço da armadura superior (ϵ_{ss}) e na seção transversal ($\epsilon_{3h/7}$), considerando-se a manutenção de seções planas, conforme a Figura 8; ($3h/7$ é para concreto até C50, sendo que a partir de tal resistência torna-se variável, conforme o diagrama de deformações da NBR 6118:2023.)
- calculam-se as forças resultantes no concreto (R_{cc}), e no aço da armadura inferior (R_{si}) e da armadura superior (R_{ss});
- realiza-se o somatório das forças resultantes, encontrando-se o valor do esforço normal atuante na seção ($N_{atuante}$):

$$N_{atuante} = R_{cc} + R_{si} + R_{ss};$$
- verifica-se se $N_{atuante} = N_d$ e, caso contrário, adota-se um novo valor para a profundidade da linha neutra ($x = x + \Delta x$), e se repetem as demais fases do processo;

- quando for verificada a igualdade ($N_{atuante} = N_d$) calcula-se o valor da distância (Z_g) entre a força resultante no concreto e o centro da seção transversal;
- determina-se o momento atuante (M);
- repete-se o mesmo procedimento para os demais valores de θ , fazendo-se $\theta = \theta + \Delta\theta$.

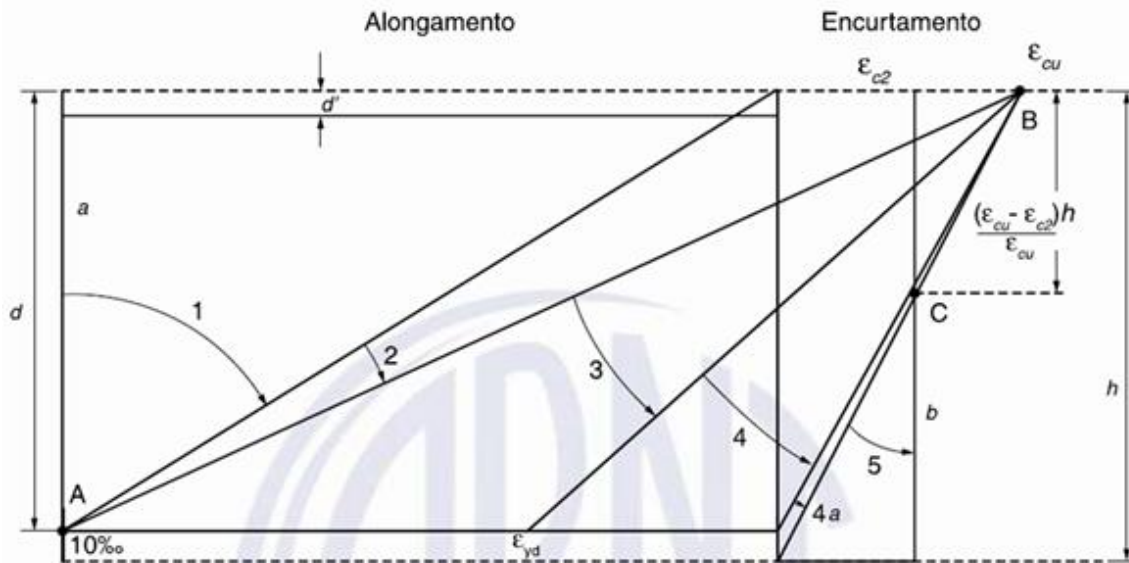
Figura 8 - Deformações na seção transversal.



Fonte: Ribeiro (2011).

É imperativo reconhecer que as deformações dos materiais devem ser examinadas e os valores das deformações devem atender aos limites estabelecidos na Figura 9.

Figura 9 - Domínios de Estado Limite Último de uma seção transversal conforme a NBR 6118:2023.

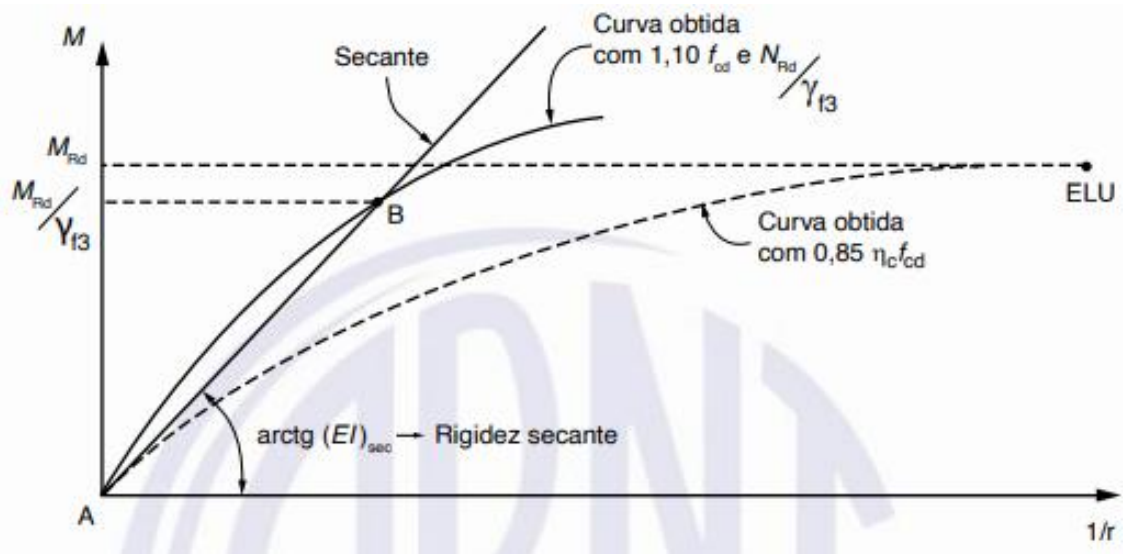


Fonte: NBR 6118:2023 (ABNT, 2024).

Inicialmente, a primeira curva da relação momento-curvatura é construída para a tensão equivalente a 0,85 da resistência de cálculo à compressão do concreto, multiplicando-se pelo fator de fragilidade quando se adota a NBR 6118:2023. A finalidade desta curva é determinar o valor do momento último resistente, referente ao atingimento de um dos valores-limite de deformação dos materiais.

Posteriormente, faz-se uma segunda curva, sendo gerada para o produto de 1,10 pelo valor da resistência de cálculo à compressão do concreto. Desta segunda curva, extrai-se a relação momento-curvatura a ser utilizada nos demais cálculos, para a determinação da deformabilidade de pilares. Para tanto, deve-se garantir que ela não ultrapasse o valor do momento último resistente determinado a partir da primeira curva, conforme diagrama apresentado na Figura 10.

Figura 10 - Representação da relação momento-curvatura.



Fonte: NBR 6118:2023 (ABNT, 2024).

4.6 EFEITOS LOCAIS DE SEGUNDA ORDEM

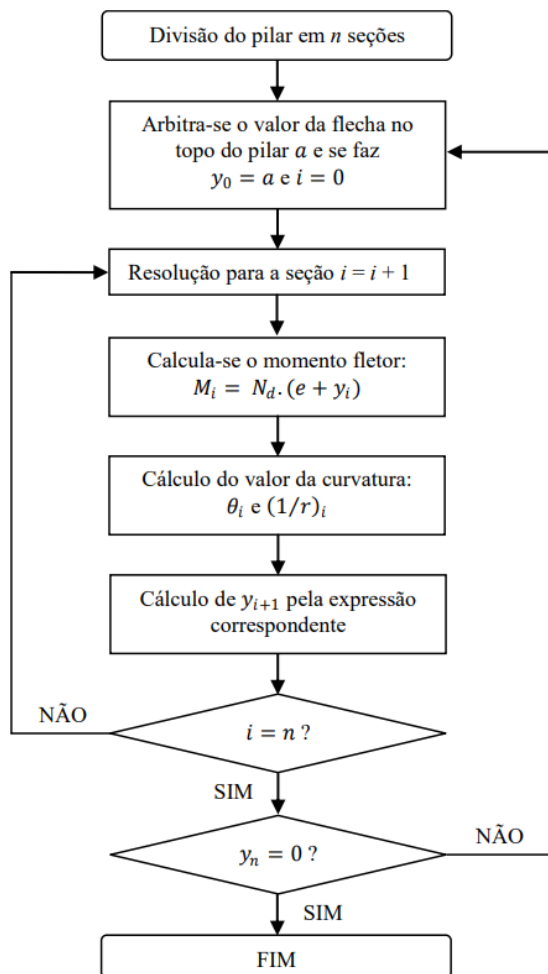
Para a determinação dos efeitos de segunda ordem, podem ser adotados procedimentos numéricos que consideram a relação momento-curvatura juntamente às propriedades geométricas e às vinculações dos elementos, tais como a viga conjugada de Mohr e o método das diferenças finitas. Desta forma, inclui-se a não-linearidade geométrica na análise, por meio de método preciso, sendo denominado pela NBR 6118:2023 (ABNT, 2024) de método geral. Neste trabalho, propõe-se a adoção do método das diferenças finitas.

4.6.1 Método das diferenças finitas

Trata-se de método para análise dos efeitos de segunda ordem, sendo que tal método pode ser aplicado de três formas distintas. No caso deste trabalho, será considerada a sua aplicação com a excentricidade inicial e o esforço normal constantes, variando-se o deslocamento no topo do pilar. Assim, considera-se a sua deformabilidade com uma boa precisão dos resultados.

O passo a passo do desenvolvimento do método das diferenças finitas está apresentado na Figura 11, com base em Ribeiro (2011).

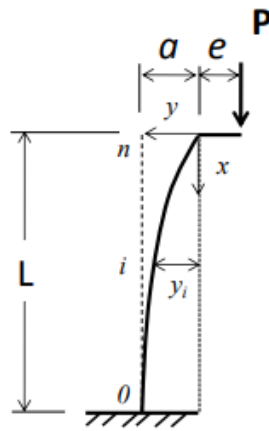
Figura 11 - Fluxograma para desenvolvimento do método das diferenças finitas.



Fonte: Ribeiro (2011).

Resumidamente, este método consiste em dividir o pilar em seções equidistantes. Para pilares biapoiados com excentricidades iguais, caso usual em edifícios, pode-se admitir um pilar equivalente, engastado na base com o topo livre, conforme a Figura 12. Desta forma, simplifica-se a análise e se reduz o número de operações. Inicialmente, não se sabe o valor do deslocamento do topo (α), de modo que se adota um valor arbitrário para o deslocamento. Então, faz-se o cálculo dos deslocamentos ao longo do pilar ($\alpha - y_i$), sendo que para o topo do pilar, identificado pela seção n , deve-se ter $(\alpha - y_n) = \alpha$, onde o y_n deve ser nulo. Caso contrário, precisa-se adotar outro valor arbitrário para o deslocamento do topo, fazendo assim por tentativas até que y_n seja igual a zero.

Figura 12 - Discretização do pilar para aplicação do método das diferenças finitas.



Fonte: Ribeiro (2011).

5 METODOLOGIA

Partindo-se da hipótese de que o fator de fragilidade proposto pela NBR 6118:2023 (ABNT, 2024) ainda necessita de calibração para pilares esbeltos ou medianamente esbeltos, podendo conduzir ao dimensionamento de elementos com índice de confiabilidade inadequado, propõe-se analisar um total de 360 pilares, conforme as variáveis apresentadas na Tabela 2, sendo 180 elementos calculados com base na NBR 6118:2014 (ABNT, 2014) e 180 elementos com base na NBR 6118:2023 (ABNT, 2024).

Tabela 2 - Variação de parâmetros para análise dos pilares idealizados.

Dimensões da seção transversal (em centímetros)	Classe de resistência do concreto	Índice de esbeltez	Taxa geométrica do aço (%)
20x20 (Relação b/h = 1)	C50	50	1,0
40x20 (Relação b/h = 2)	C60	70	2,0
60x20 (Relação b/h = 3)	C70	90	3,0
	C80		4,0
	C90		

Fonte: Do Autor.

Após o desenvolvimento da relação momento-curvatura real de cada seção para os 360 pilares, parte-se para análise dos efeitos de segunda ordem, por meio do método das diferenças finitas. Então, verifica-se o deslocamento transversal dos elementos, avaliando-se os efeitos de segunda ordem para cada condição previamente estabelecida, comparando-se também as versões normativas.

Posteriormente, efetua-se uma análise estatística dos resultados encontrados para as duas propostas da norma brasileira, verificando-se as diferenças nos resultados.

5.1 FORMULAÇÃO

Para cálculo da relação momento curvatura é necessário seguir um passo a passo, que é ilustrado no fluxograma desenvolvido por Ribeiro (2022), demonstrado na Figura 7 apresentada anteriormente.

A relação momento-curvatura pode ser desenvolvida por meio de tabela numérica ou gráfico. Inicialmente, utiliza-se uma formulação desenvolvida sem o fator de fragilidade, com base na NBR 6118:2014 (ABNT, 2014), limitando-se aos concretos com resistência à compressão de até 50 MPa, por se tratar de uma formulação mais simples e que era válida também para edições anteriores da norma brasileira. Na sequência, atualiza-se a formulação para concretos com resistência característica à compressão de 40 até 90 MPa, inserindo-se o fator de fragilidade da NBR 6118:2023 (ABNT, 2024).

5.1.1 Formulação conforme NBR 6118:2014

Neste item, baseia-se na formulação apresentada por Ribeiro (2011), para determinação da relação momento-curvatura, de seção em seção, para concretos de até 50 MPa, sem a consideração do fator de fragilidade, conforme demonstrado na Tabela 3.

Tabela 3 - Formulação para determinação da relação momento-curvatura para concretos até a classe de resistência C50 com base na NBR 6118:2014.

• DEFORMAÇÃO NA SEÇÃO TRANSVERSAL

e_{cs}	e_{ci}	$e_{3/7h}$	e_{ss}	e_{si}
$\theta \frac{x}{h}$	$\theta \frac{(x-h)}{h}$	$\theta \frac{(x-\frac{3h}{7})}{h}$	$\theta \frac{(x-d_s)}{h}$	$\theta \frac{(x-d_i)}{h}$

• RESISTÊNCIA DOS MATERIAS

R_{cc} – Força resultante no concreto

$\varepsilon_c > 2$ e $x > h$	$\sigma_{cd}bh \left(\frac{12\varepsilon_c - 8 - (\varepsilon_c - \theta)^2(6 - \varepsilon_c + \theta)}{12\theta} \right)$
$\varepsilon_c > 2$ e $x < h$:	$\sigma_{cd}bx \left(1 - \frac{2}{3\varepsilon_c} \right)$
$\varepsilon_c < 2$ e $x > h$:	$\sigma_{cd}bh \left(\varepsilon_c + \frac{\varepsilon_c\theta}{4} - \frac{\varepsilon_c^2}{4} - \frac{\theta}{2} - \frac{\theta^2}{12} \right)$
$\varepsilon_c < 2$ e $x < h$:	$\sigma_{cd}bx \left(\frac{\varepsilon_c}{2} - \frac{\varepsilon_c^2}{12} \right)$

R_{ss} – Resistência do aço na parte superior

$\epsilon_{ss} > \epsilon_{yd}$	$\left(\frac{A_{ss}}{100^2}\right) \cdot \sigma_{sd}$
$\epsilon_{ss} < \epsilon_{yd}$	$\left(\left(\frac{A_{ss}}{100^2}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{sd} \cdot \epsilon_{ss}}{\epsilon_{yd}}\right)\right)$
$\epsilon_{ss} < -\epsilon_{yd}$:	$-\left(\frac{A_{ss}}{100^2}\right) \cdot \sigma_{sd}$

R_{si} – Resistência do aço na parte inferior

$\epsilon_{si} > \epsilon_{yd}$	$\left(\frac{A_{si}}{100^2}\right) \cdot \sigma_{sd}$
$\epsilon_{si} < \epsilon_{yd}$	$\left(\left(\frac{A_{si}}{100^2}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{sd} \cdot \epsilon_{si}}{\epsilon_{yd}}\right)\right)$
$\epsilon_{si} < -\epsilon_{yd}$:	$-\left(\frac{A_{si}}{100^2}\right) \cdot \sigma_{sd}$

• **RESULTANTES**

N (kN) - esforço normal atuante na seção.

M(kN.cm) – momento atuante.

$R_{cc} + R_{ss} + R_{si}$	$\left(R_{cc} \left(\left(\frac{h}{2}\right) - Z_g\right) + \left(R_{ss} \left(\left(\frac{h}{2}\right) - d_s\right)\right) + \left(R_{si} \left(\left(\frac{h}{2}\right) - d_i\right)\right)\right)$
----------------------------	---

Distância Z_g (cm).

$\epsilon_c > 2$ e $x > h$:	$\frac{h}{\theta} \left\{ \epsilon_c - \frac{[24\epsilon_c^2 - 16 - (\epsilon_c - \theta)^3(16 - 3\epsilon_c + 3\theta)]}{4[12\epsilon_c - 8 - (\epsilon_c - \theta)^2(6 - \epsilon_c + \theta)]} \right\}$
$\epsilon_c > 2$ e $x < h$:	$x \frac{(3\epsilon_c^2 - 4\epsilon_c + 2)}{2\epsilon_c(3\epsilon_c - 2)}$
$\epsilon_c < 2$ e $x > h$:	$\frac{\epsilon_c h}{\theta} - \frac{h \left[\frac{\epsilon_c^3}{3} - \frac{\epsilon_c^4}{16} - \frac{(\epsilon_c - \theta)^3}{3} + \frac{(\epsilon_c - \theta)^4}{16} \right]}{\theta^2 \left(\epsilon_c + \frac{\epsilon_c \theta}{4} - \frac{\epsilon_c^2}{4} - \frac{\theta}{2} - \frac{\theta^2}{12} \right)}$
$\epsilon_c < 2$ e $x < h$:	$\frac{x(8 - \epsilon_c)}{4(6 - \epsilon_c)}$

5.1.2 Formulação conforme NBR 6118:2023

Para realizar a análise que consta entre os objetivos deste trabalho, torna-se necessário atualizar a formulação para possibilitar o cálculo de pilares de até 90 MPa, com a aplicação do fator de fragilidade adicionado ao diagrama tensão deformação do concreto. Por esse motivo, faz-se necessário a atualização da formulação da força resultante do concreto (R_{cc}). Consequentemente, também é necessária atualização da formulação referente ao cálculo do valor de distância (Z_g) para determinação do momento resultante, conforme a Tabela 4.

Tabela 4 - Formulação para determinação da relação momento-curvatura conforme a NBR 6118:2023.

R_{cc} – Força resultante no concreto

$\varepsilon_c > \varepsilon_{c2}$ e $x > h$:	$\sigma_{cd} b \frac{h}{\theta} \left\{ \varepsilon_{c2} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}} \right) - \frac{1}{n+1} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}} \right)^{n+1} \right] + \varepsilon_c - \varepsilon_{c2} \right\}$
$\varepsilon_c > \varepsilon_{c2}$ e $x < h$:	$\sigma_{cd} b \left[h \frac{\varepsilon_{c2}}{\theta} \frac{n}{n+1} + x \left(1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c} \right) \right]$
$\varepsilon_c < \varepsilon_{c2}$ e $x > h$:	$\sigma_{cd} b h \frac{\varepsilon_{c2}}{\theta} \left\{ \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}} + \frac{1}{n+1} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^{n+1} - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}} \right)^{n+1} \right] \right\}$
$\varepsilon_c < \varepsilon_{c2}$ e $x < h$:	$\sigma_{cd} b h \frac{\varepsilon_{c2}}{\theta} \left[\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^{n+1} - 1}{n+1} \right]$

Distância Z_g (cm).

$\varepsilon_c > \varepsilon_{c2}$ e $x > h$:	$x - \frac{\left(\frac{h}{\theta} \left\{ \varepsilon_{c2}^2 \left[- \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 + \frac{1}{n+1} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}} \right)^{n+1} - \frac{1}{n+2} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}} \right)^{n+2} \right] - \frac{1}{2} (\varepsilon_c^2 - \varepsilon_{c2}^2) \right\} \right)}{\varepsilon_{c2} \left[\frac{1}{n+1} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}} \right)^{n+1} - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}} \right) \right] - \varepsilon_c + \varepsilon_{c2}}$
$\varepsilon_c > \varepsilon_{c2}$ e $x < h$:	$x - \frac{\left(\frac{h \varepsilon_{c2}}{\theta} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} \right) + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{h \varepsilon_c}{\theta} \right)^2 - \left(\frac{h \varepsilon_{c2}}{\theta} \right)^2 \right]}{\frac{h}{\theta} \left[\frac{n \varepsilon_{c2}}{n+1} + \varepsilon_c - \varepsilon_{c2} \right]}$

$\varepsilon_c < \varepsilon_{c2}$ e $x > h$:
$x - \left\{ h \frac{\frac{1}{\varepsilon_{c2}} \frac{1}{n+2} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^{n+2} - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}}\right)^{n+2} \right] - \frac{1}{n+1} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^{n+1} - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}}\right)^{n+1} \right] - \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^2 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}}\right)^2 \right] - \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}}}{-\frac{1}{n+1} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^{n+1} - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} + \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}}\right)^{n+1} \right] - \frac{\theta}{\varepsilon_{c2}}} \right\}$
$\varepsilon_c < \varepsilon_{c2}$ e $x < h$:
$x - \left\{ h \frac{\frac{1}{\varepsilon_{c2}} \frac{1}{n+2} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^{n+2} - 1 \right] - \frac{1}{n+1} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^{n+1} - 1 \right] - \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^2 - 1 \right] - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}}{\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+1} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^{n+1} - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}} \right\}$

Com a atualização da formulação, para as expressões apresentadas na Tabela 4, é possível o desenvolvimento da relação momento-curvatura para pilares com resistência característica à compressão do concreto de até 90 MPa e com aplicação do fator de fragilidade.

5.1.3 Método geral

O método geral consiste na análise em seção por seção do momento-curvatura, seguido da análise não linear de segunda ordem, que considera a não linearidade geométrica da estrutura e o comportamento não linear físico dos materiais (aço e concreto), proporcionando maior exatidão aos resultados.

Por meio deste, torna-se possível almejar resultados mais próximos do comportamento real dos elementos estruturais, mas isso demanda uma complexidade elevada para a análise, pois aumenta-se a quantidade de operações necessárias. Com base na NBR 6118:2023 (ABNT, 2024), o método geral é obrigatório somente para pilares bastante esbeltos, com índice de esbeltez superior a 140, mas pode ser utilizado para qualquer nível de esbeltez. O texto normativo não traz nenhuma formulação nem qualquer explicação do método, apenas sua definição e a condição em que é obrigatório.

Para o desenvolvimento do método, primeiramente, é necessário determinar a relação momento-curvatura. Em seguida, efetua-se a análise dos efeitos de segunda ordem, havendo dois métodos, denominados de analogia de Mohr e método das diferenças finitas. Ambos, possuem o mesmo nível de precisão, de acordo com os parâmetros adotados, sendo que trabalham com a divisão do pilar em seções. Com a divisão do elemento em um número maior de seções, é possível alcançar uma maior precisão nos resultados, mas isso também acarreta um aumento significativo no número de operações a serem realizadas. Sendo assim, torna-se inviável a resolução

manual, aplicando-se comumente um método computacional, seja por meio de planilha eletrônica ou programação.

Neste trabalho, será realizada a análise dos efeitos de segunda ordem por meio do método das diferenças finitas. Toda a resolução, tanto da relação momento-curvatura quanto dos efeitos de segunda ordem, será realizada por meio da utilização de planilha eletrônica do Microsoft Excel.

Primeiramente, é necessário o preenchimento dos dados do pilar a ser modelado. Os dados necessários para o desenvolvimento do método geral (relação momento-curvatura e determinação dos efeitos de segunda ordem) são os apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Variáveis consideradas na aplicação do método geral.

<i>Símbolo</i>	<i>Unidade de medida</i>	<i>Descrição</i>
b	cm	Medida da largura da seção transversal do pilar.
h	cm	Medida da altura da seção transversal do pilar.
ds	cm	Medida do cobrimento da armadura acrescido do diâmetro do estribo e da metade do diâmetro da armadura longitudinal, para uma camada de armadura, ou valor estimado com base na prática de projetos usuais.
di	cm	Medida da altura da seção transversal menos o valor de ds.
fck	MPa	Valor da resistência característica à compressão do concreto.
fyk	MPa	Valor da resistência característica ao escoamento do aço da armadura.
Ass	cm ²	Valor da área de aço, na seção transversal, para a camada superior da armadura longitudinal.
Asi	cm ²	Valor da área de aço, na seção transversal, para a camada inferior da armadura longitudinal.
L	cm	Medida do comprimento do pilar (ou altura do pilar).
Tx aço	%	Valor da taxa geométrica de aço da armadura longitudinal, em relação à área da seção bruta.
E	GPa	Módulo de elasticidade longitudinal do aço da armadura longitudinal.
N _d	kN	Esforço normal de cálculo aplicado ao pilar.
λ		Índice de esbeltez do pilar.

Fonte: Do autor.

Com os dados anteriormente apresentados, torna-se possível o desenvolvimento da relação momento-curvatura e posteriormente o desenvolvimento gráfico da curva resultante, com o auxílio de ferramentas e macros do Microsoft Excel.

A partir dos valores característicos da resistência dos materiais, foram aplicados coeficientes de ponderação, conforme previsto na NBR 6118: 2023 (ABNT, 2024), devidamente apresentados na Tabela 6, minorando-se a resistência para garantir a segurança estrutural. Tais valores são idênticos aos valores recomendados pela NBR 6118:2014 (ABNT, 2014), conforme a Tabela 1.

Tabela 6 - Coeficientes de ponderação para minoração das resistências segundo a NBR 6118:2023.

Combinações últimas	Concreto	Aço
	Y_c	Y_s
Normais	1,4	1,15
Esp. ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Fonte: NBR 6118:2023 (ABNT, 2024)

5.1.4 Método das diferenças finitas

O método das diferenças finitas é um dos procedimentos disponíveis para realizar a análise dos efeitos de segunda ordem, com uma boa precisão dos resultados. No caso deste trabalho, será aplicado para o cálculo da deformabilidade dos pilares. O método pode ser aplicado de três formas distintas. Neste trabalho, será feita a sua aplicação com a excentricidade inicial e o esforço normal constantes, variando-se o deslocamento no topo do pilar em balanço até a convergência, considerado a sua deformabilidade ao longo do eixo longitudinal.

Divide-se o pilar em n seções iguais. Para simplificação da análise e redução do número de operações necessárias, considera-se um pilar engastado na base com o topo livre, conforme Figura 12 apresentada anteriormente. Tal modelo pode representar tanto os pilares com tais condições de apoio, denominados de pilares em balanço, como também os pilares apoiados nas duas extremidades com excentricidades iguais, com os devidos ajustes. Previamente, não se sabe o valor do deslocamento do topo (α), motivo pelo qual se adota um valor arbitrário para o

deslocamento. Então, faz-se o cálculo dos deslocamentos ao longo do pilar ($\alpha - y_i$). Para o topo do elemento, identificado pela seção n , o deslocamento deve ser $(\alpha - y_n) = \alpha$, onde o y_n deve ser nulo. Caso contrário, precisa-se adotar outro valor arbitrário para o deslocamento do topo, por tentativas, até que y_n seja igual a zero.

O passo a passo para o desenvolvimento do método das diferenças finitas é apresentado na Figura 11.

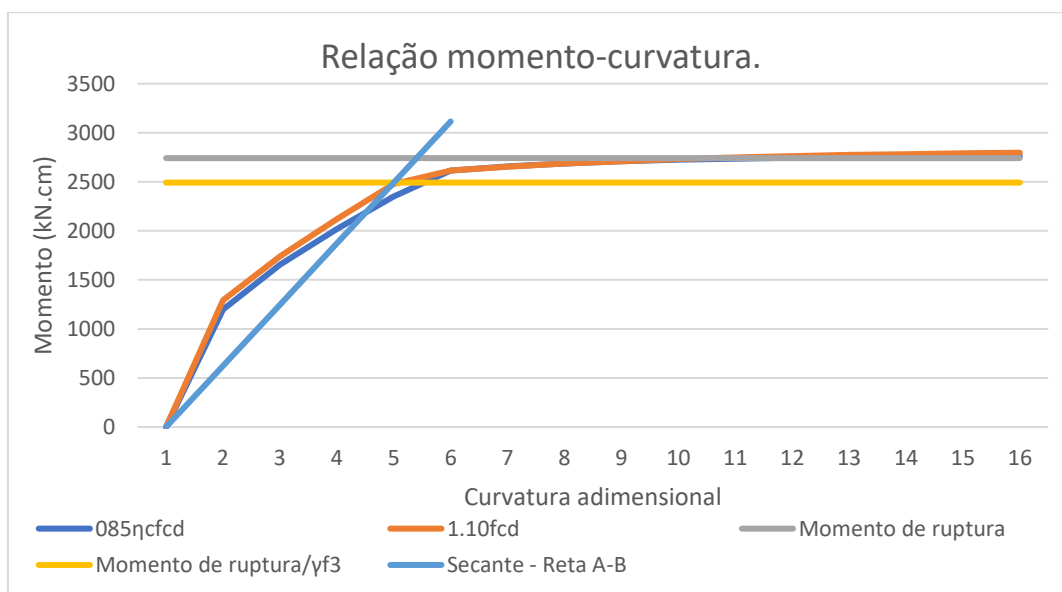
6 RESULTADOS

Para análise dos resultados obtidos pela relação momento-curvatura e pelo método das diferenças finitas, foram comparadas as propostas da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014) e da NBR 6118: 2023 (ABNT, 2024). Para a relação momento-curvatura foram analisados os valores da reta secante (conforme Gráfico 1), que são delimitados pelos valores dos momentos de ruptura divididos pelo fator $\gamma_f3 = 1,1$, e seu respectivo valor da curvatura adimensional de ruptura. Foram desenvolvidos os gráficos da relação momento-curvatura para os 360 pilares e analisados os valores do momento de ruptura, dados que foram utilizados diretamente para a análise dos efeitos locais de segunda ordem pelo método das diferenças finitas, obtendo assim os valores do deslocamento máximo no topo do pilar, e o momento total atuante na estrutura.

Os 360 pilares foram divididos em grupos de 24 pilares, sendo 12 para cada versão normativa, conforme cada tabela apresentada para cada grupo, e os quatro gráficos para cada grupo, sendo os dois primeiros obtidos dos resultados da relação momento-curvatura e o terceiro e quarto para os resultados da análise dos efeitos de segunda ordem pelo método das diferenças finitas.

Para cada pilar foi desenvolvido o gráfico da relação momento-curvatura conforme Gráfico 1, sendo que para a análise foram avaliados os valores do momento de ruptura, e a curvatura adimensional de ruptura.

Gráfico 1 - Relação momento-curvatura



Fonte: do Autor.

6.1 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE ENTRADA

6.1.1 Grupo de Pilares com Base de Largura 20 cm

6.1.1.1 Resultados Grupo 01

Os parâmetros utilizados para o grupo 01 podem ser visualizados na Tabela 7.

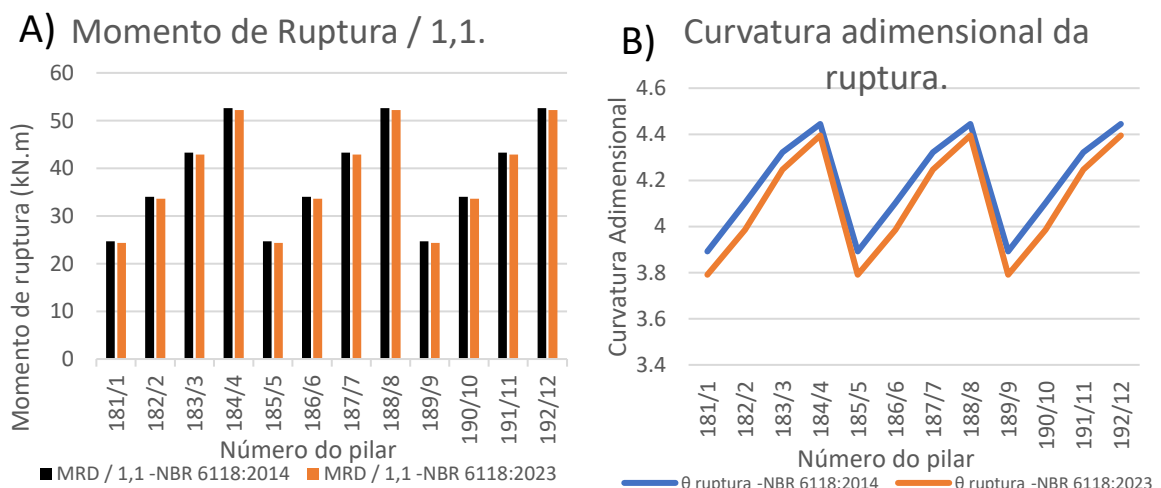
Tabela 7 - Parâmetros do Grupo 01.

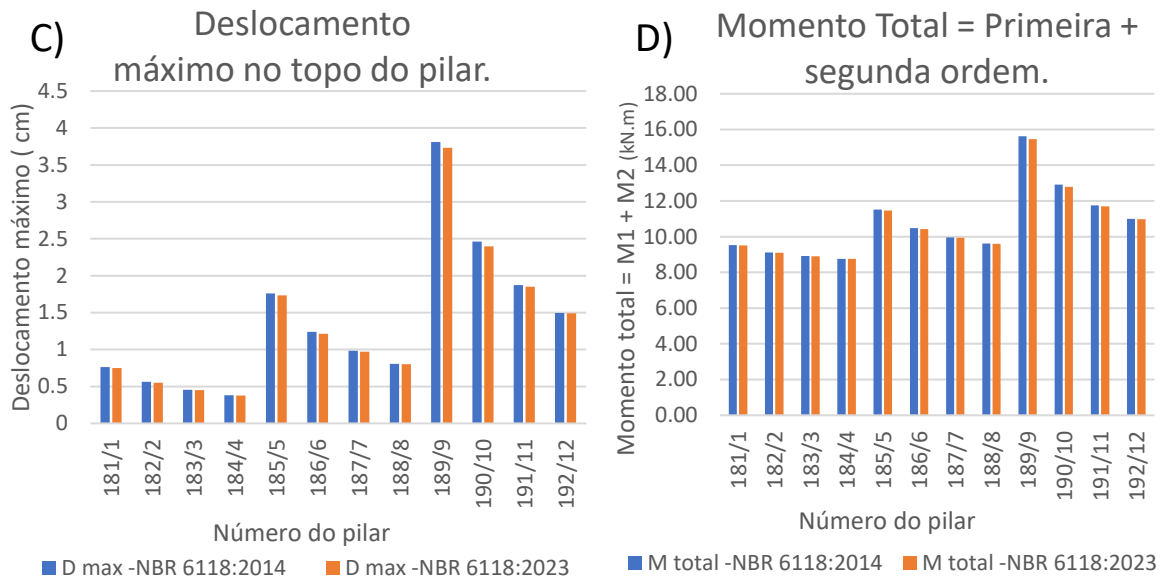
GRUPO 01					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	ηc
1	20	50	50	1	0,928318
2	20	50	50	2	0,928318
3	20	50	50	3	0,928318
4	20	50	50	4	0,928318
5	20	50	70	1	0,928318
6	20	50	70	2	0,928318
7	20	50	70	3	0,928318
8	20	50	70	4	0,928318
9	20	50	90	1	0,928318
10	20	50	90	2	0,928318
11	20	50	90	3	0,928318
12	20	50	90	4	0,928318
181	20	50	50	1	1
182	20	50	50	2	1
183	20	50	50	3	1
184	20	50	50	4	1
185	20	50	70	1	1
186	20	50	70	2	1
187	20	50	70	3	1
188	20	50	70	4	1
189	20	50	90	1	1
190	20	50	90	2	1
191	20	50	90	3	1
192	20	50	90	4	1

Fonte: do Autor.

Os resultados para o grupo 01 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 2.

Gráfico 2 - Resultados do Grupo 01.





Fonte: do Autor.

Na Tabela 7, como também nas demais tabelas de resultados apresentadas na sequência, apresentam-se os valores para a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), índice de esbeltez (λ), taxa de aço (ρ) e fator de fragilidade ($\eta\epsilon$).

Os resultados da mudança normativa são mais perceptíveis nos pilares com menor taxa de aço, sendo que o valor absoluto do momento de ruptura maior para os pilares com taxa de aço superior.

Gráfico 1-A apresenta a diferença máxima nos valores para o momento de ruptura de 1,42%. Ocorrendo nos pilares com a taxa de aço de 1%, pela alteração no índice de esbeltez não impactar nos resultados da relação momento-curvatura, todos os pilares com 1% de taxa de aço apresentaram o mesmo valor.

No Gráfico 1-D, observam-se as diferenças para o momento total, sendo que para o pilar com o índice de esbeltez 90 e taxa de aço de 1% a diferença foi apenas de 1,02%. No gráfico 1-C visualiza-se a diferença para o deslocamento máximo, sendo que para tal parâmetro a maior diferença encontrada foi de 2,54% no topo do pilar.

Para os pilares com a classe de resistência do concreto de 50MPa, a diferença nos resultados encontrados pode ser considerada pequena, havendo a tendência de maior influência do fator de fragilidade com o aumento do f_{ck} do concreto.

6.1.1.2 Resultados Grupo 02

Os parâmetros utilizados para o grupo 02 podem ser visualizados na Tabela 8.

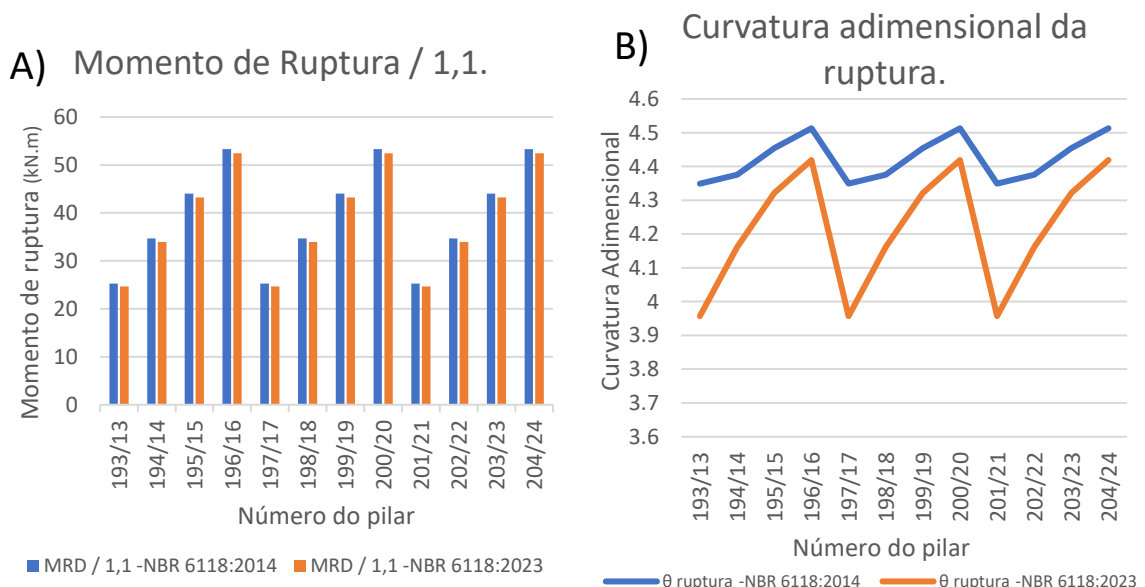
Tabela 8 - Parâmetros do Grupo 02.

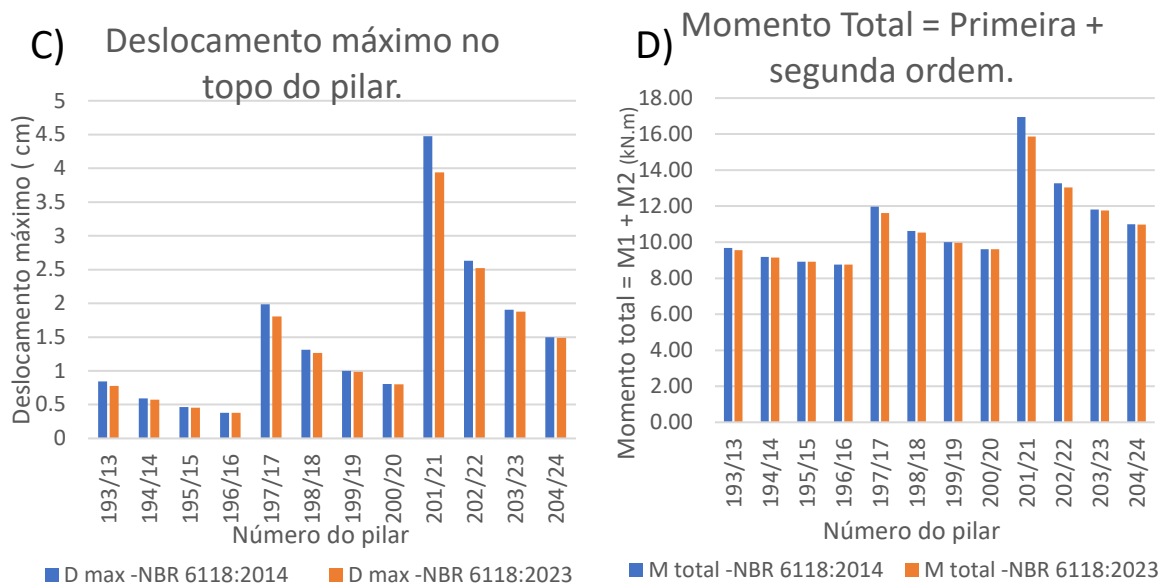
GRUPO 02					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (Mpa)	λ	ρ (%)	ηc
13	20	60	50	1	0,87358
14	20	60	50	2	0,87358
15	20	60	50	3	0,87358
16	20	60	50	4	0,87358
17	20	60	70	1	0,87358
18	20	60	70	2	0,87358
19	20	60	70	3	0,87358
20	20	60	70	4	0,87358
21	20	60	90	1	0,87358
22	20	60	90	2	0,87358
23	20	60	90	3	0,87358
24	20	60	90	4	0,87358
193	20	60	50	1	1
194	20	60	50	2	1
195	20	60	50	3	1
196	20	60	50	4	1
197	20	60	70	1	1
198	20	60	70	2	1
199	20	60	70	3	1
200	20	60	70	4	1
201	20	60	90	1	1
202	20	60	90	2	1
203	20	60	90	3	1
204	20	60	90	4	1

Fonte: do Autor.

Os resultados para o grupo 02 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 3.

Gráfico 3 - Resultados do Grupo 02.





Fonte: do Autor.

A variação dos resultados para os pilares com a classe de resistência de 60 MPa é maior comparado ao grupo anterior.

O Gráfico 2-A apresenta a diferença nos valores para o momento de ruptura de 2,5% nos pilares com a taxa de aço de 1%.

No Gráfico 2-B, observam-se os valores para o θ de ruptura, sendo que houve uma diminuição de até 9%, um valor considerável se comparado ao grupo anterior de apenas 2,59%, gerando assim uma ruptura do pilar com uma curvatura menor.

Para os resultados da análise dos efeitos de segunda ordem no gráfico 2-D, visualizam-se os resultados do momento total, a diferença máxima de 6,36%, ocorrendo novamente no pilar com o índice de esbeltez 90 e taxa de aço de 1%. No Gráfico 2-C, observam-se os valores para o deslocamento máximo no topo do pilar, com a diferença máxima encontrada de 12,05%.

Para os pilares com a classe de resistência do concreto de 60 MPa, a diferença nos resultados encontrados foi considerável, sendo bem mais perceptível do que ao grupo de fck50, confirmando a tendência de maior influência do fator de fragilidade com o aumento do fck do concreto.

6.1.1.3 Resultados do Grupo 03

Os parâmetros utilizados para o grupo 03 podem ser visualizados na Tabela 9.

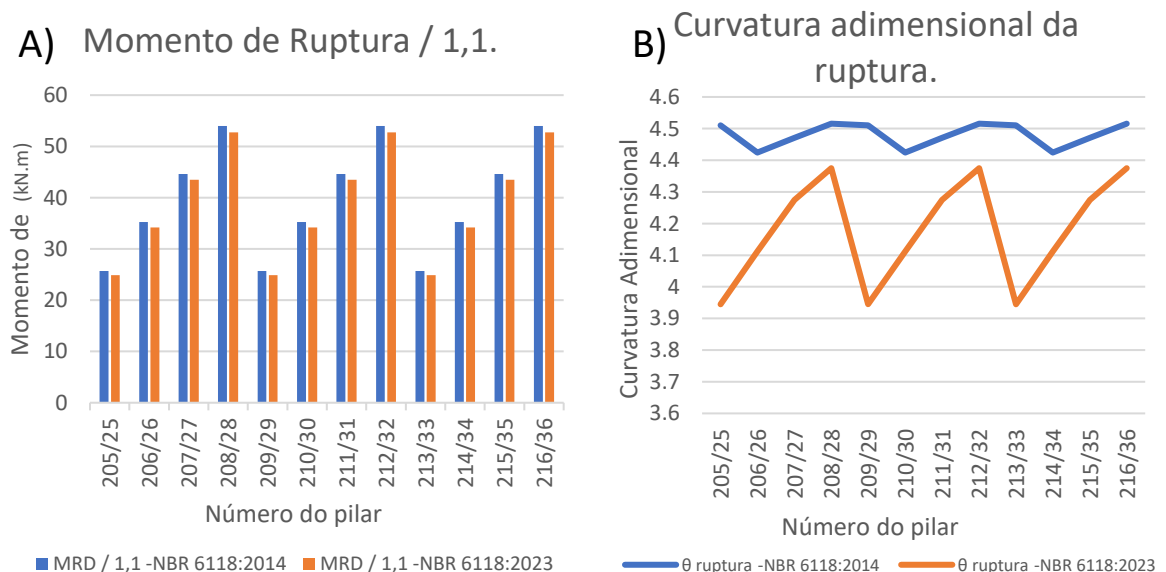
Tabela 9 - Parâmetros do Grupo 03.

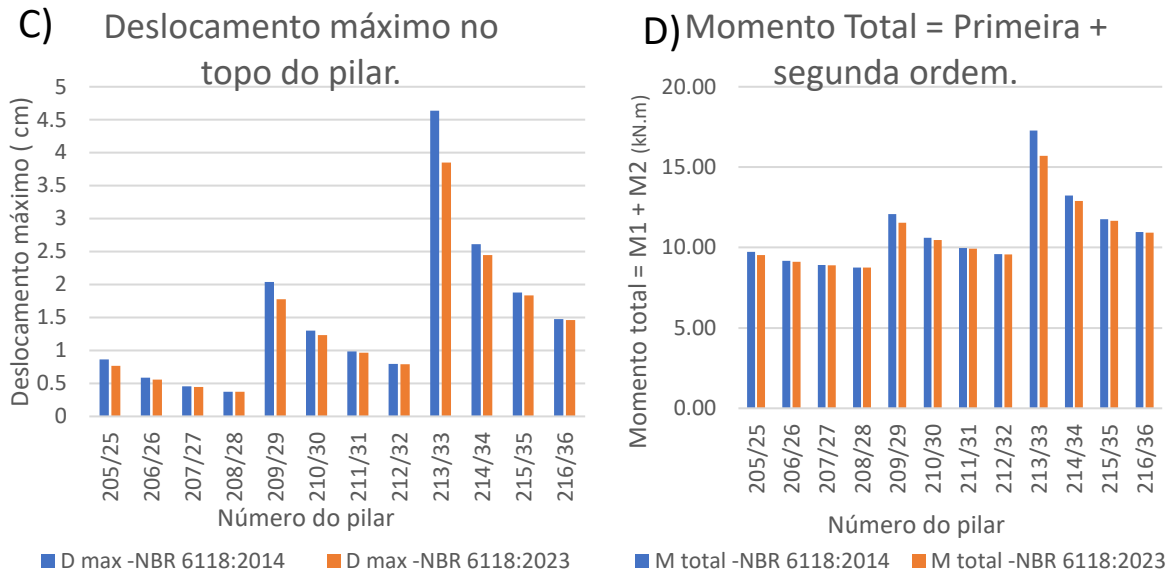
GRUPO 03					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	ηc
25	20	70	50	1	0,829827
26	20	70	50	2	0,829827
27	20	70	50	3	0,829827
28	20	70	50	4	0,829827
29	20	70	70	1	0,829827
30	20	70	70	2	0,829827
31	20	70	70	3	0,829827
32	20	70	70	4	0,829827
33	20	70	90	1	0,829827
34	20	70	90	2	0,829827
35	20	70	90	3	0,829827
36	20	70	90	4	0,829827
205	20	70	50	1	1
206	20	70	50	2	1
207	20	70	50	3	1
208	20	70	50	4	1
209	20	70	70	1	1
210	20	70	70	2	1
211	20	70	70	3	1
212	20	70	70	4	1
213	20	70	90	1	1
214	20	70	90	2	1
215	20	70	90	3	1
216	20	70	90	4	1

Fonte: do Autor.

Os resultados para o grupo 03 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 4.

Gráfico 4 - Resultados do Grupo 03.





Fonte: do Autor.

A variação dos resultados para os pilares com a classe de resistência de 70 MPa, teve um aumento nos resultados encontrados pela alteração normativa.

O Gráfico 3-A apresenta a diferença nos valores para o momento de ruptura, com a máxima de 3,34%, ocorre novamente nos pilares com a taxa de aço de 1%.

No gráfico 3-B, visualizam-se os valores do θ de ruptura, sendo que houve uma alteração máxima de 12,5%, apresentando valores consideráveis, sendo possível visualizar no gráfico.

No gráfico 3-D é possível compreender os resultados para o momento total, com a diferença máxima de 9,11%, novamente no pilar com o índice de esbeltez maior e menor taxa de aço. No Gráfico 3-C, observam-se os valores para o deslocamento máximo no topo do pilar, a diferença máxima encontrada foi de 16,96%.

Os resultados apresentaram uma diferença pela atualização da NBR 6118, os pilares com a taxa de aço de 1% demonstraram maior diminuição dos resultados, principalmente com o aumento do f_{ck} do concreto.

6.1.1.4 Resultados do Grupo 04

Os parâmetros utilizados para o grupo 04 podem ser visualizados na Tabela 10.

Tabela 10 - Parâmetros do Grupo 04.

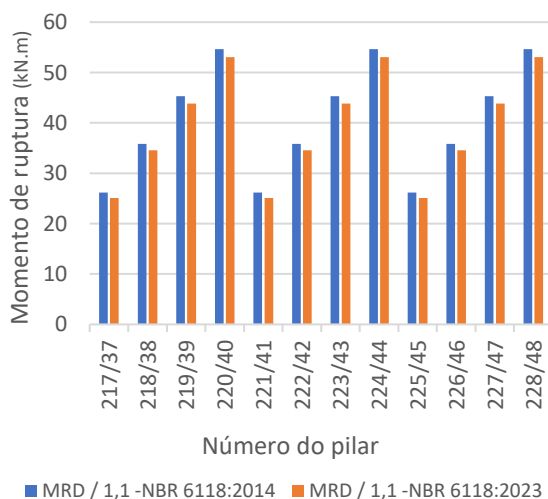
GRUPO 04					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	ηc
37	20	80	50	1	0,793701
38	20	80	50	2	0,793701
39	20	80	50	3	0,793701
40	20	80	50	4	0,793701
41	20	80	70	1	0,793701
42	20	80	70	2	0,793701
43	20	80	70	3	0,793701
44	20	80	70	4	0,793701
45	20	80	90	1	0,793701
46	20	80	90	2	0,793701
47	20	80	90	3	0,793701
48	20	80	90	4	0,793701
217	20	80	50	1	1
218	20	80	50	2	1
219	20	80	50	3	1
220	20	80	50	4	1
221	20	80	70	1	1
222	20	80	70	2	1
223	20	80	70	3	1
224	20	80	70	4	1
225	20	80	90	1	1
226	20	80	90	2	1
227	20	80	90	3	1
228	20	80	90	4	1

Fonte: do Autor.

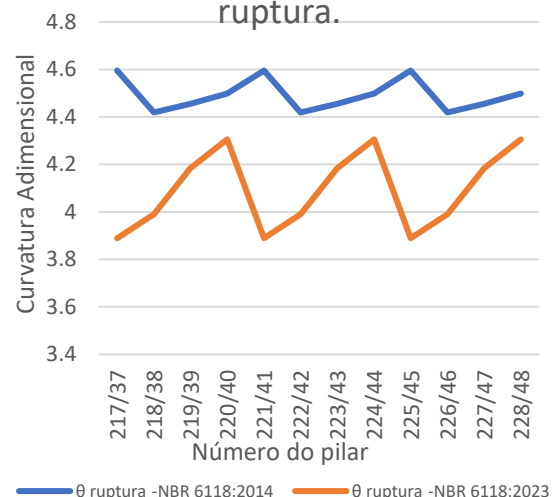
Os resultados para o grupo 04 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 5.

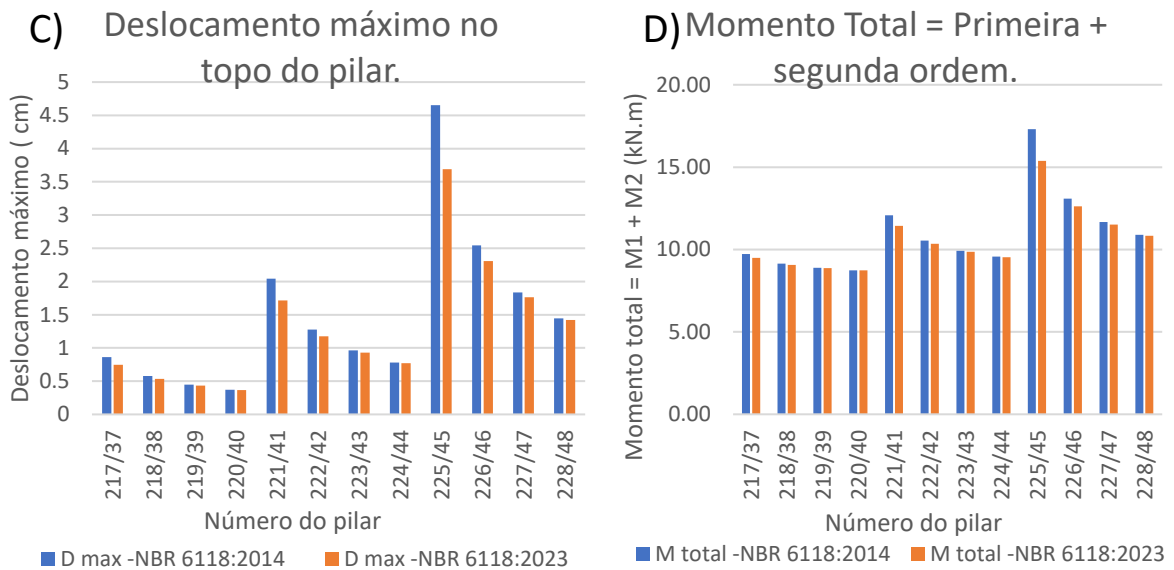
Gráfico 5 - Resultados do Grupo 04.

A) Momento de Ruptura / 1,1.



B) Curvatura adimensional da ruptura.





Fonte: do Autor.

No Gráfico 4-A, observam-se a diferença nos resultados para o momento de ruptura, sendo maior nos pilares com taxa de aço de 1%, ficando em 4,02%.

O Gráfico 4-B apresenta os resultados para o θ de ruptura, sendo que houve uma diminuição máxima de 15,36% pela adição do fator de fragilidade.

Nos resultados da análise dos efeitos de segunda ordem, no momento total apresentado no Gráfico 4-D, o pilar com o índice de esbeltez de 90 e taxa de aço de 1%, reduziu 11,13%. O Gráfico 4-C apresenta os valores para o deslocamento máximo no topo do pilar, com a diferença máxima encontrada de 20,71%.

Podemos compreender que os pilares com maior classe de resistência do concreto, maior índice de esbeltez e menor taxa de aço são os pilares mais impactados pela adição do fator $\eta\epsilon$.

6.1.1.5 Resultados do Grupo 05

Os parâmetros utilizados para o grupo 05 podem ser visualizados na Tabela 11.

Tabela 11 - Parâmetros do Grupo 05.

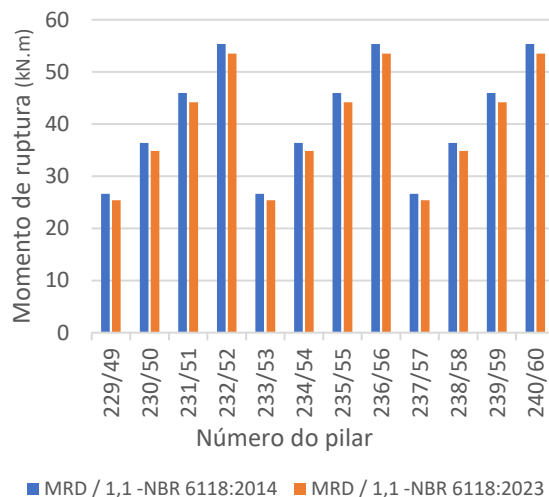
GRUPO 05					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	η_c
49	20	90	50	1	0,763143
50	20	90	50	2	0,763143
51	20	90	50	3	0,763143
52	20	90	50	4	0,763143
53	20	90	70	1	0,763143
54	20	90	70	2	0,763143
55	20	90	70	3	0,763143
56	20	90	70	4	0,763143
57	20	90	90	1	0,763143
58	20	90	90	2	0,763143
59	20	90	90	3	0,763143
60	20	90	90	4	0,763143
229	20	90	50	1	1
230	20	90	50	2	1
231	20	90	50	3	1
232	20	90	50	4	1
233	20	90	70	1	1
234	20	90	70	2	1
235	20	90	70	3	1
236	20	90	70	4	1
237	20	90	90	1	1
238	20	90	90	2	1
239	20	90	90	3	1
240	20	90	90	4	1

Fonte: do Autor.

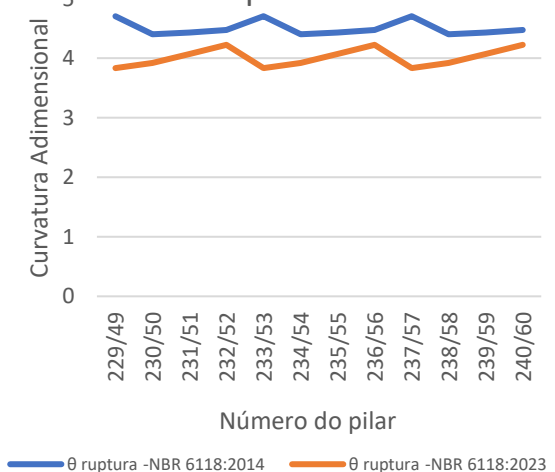
Os resultados para o grupo 05 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 6.

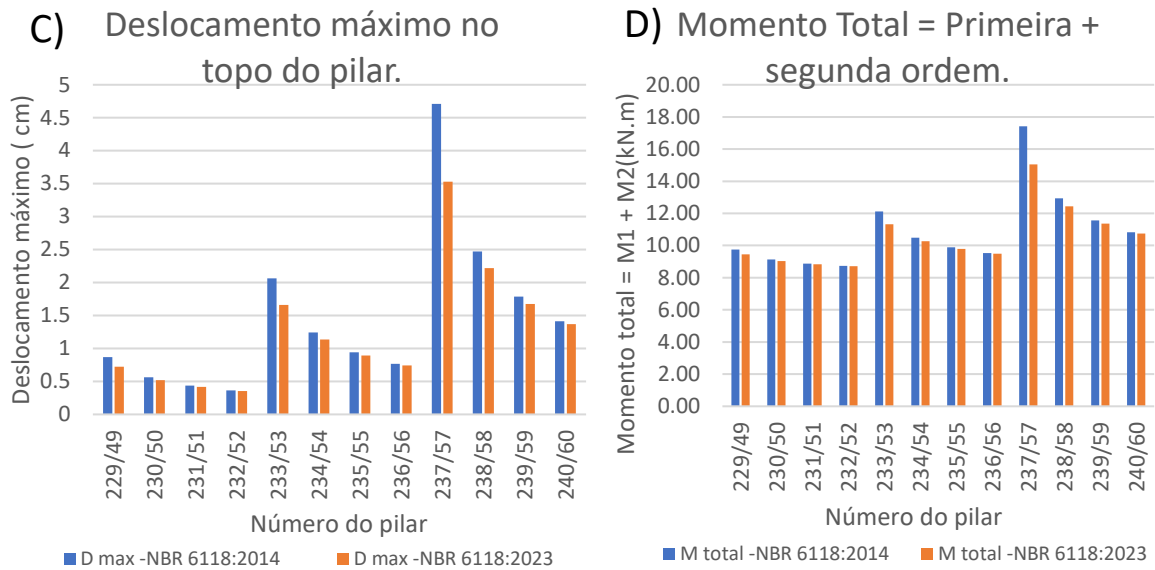
Gráfico 6 - Resultados do Grupo 05.

A) Momento de Ruptura / 1,1.



B) Curvatura adimensional da ruptura.





Fonte: do Autor.

O Gráfico 5-A apresenta a redução nos resultados para o momento de ruptura, de até 4,59%, sendo maior para os pilares com a menor taxa de aço, sendo que há pouca diferença para os pilares com taxa de aço maior, como a redução de 3,41% para os pilares com taxa de aço de 4%.

Comparando o momento de ruptura dos pilares com 50MPa e 90MPa, a redução passou de 1,42 para 4,59% para o grupo 05, ocorrendo nos pilares com menor taxa de aço.

No gráfico 5-B visualizam-se os valores para o θ de ruptura, com uma redução de até 18,5% para o grupo 05, ocorrendo nos pilares com taxa de aço de 1%.

No gráfico 5-D visualizam-se os valores do momento total, com a diferença máxima encontrada no pilar com o índice de esbeltez de 90 e taxa de aço de 1% de 13,57%. Para o deslocamento máximo no topo do pilar a diferença encontrada foi de até 25,09%, conforme o gráfico 5-C.

6.1.2 Grupo de Pilares com Base de Largura 40 cm

6.1.2.1 Resultados do Grupo 06

Os parâmetros utilizados para o grupo 06 podem ser visualizados na Tabela 12.

Tabela 12 - Parâmetros do Grupo 06.

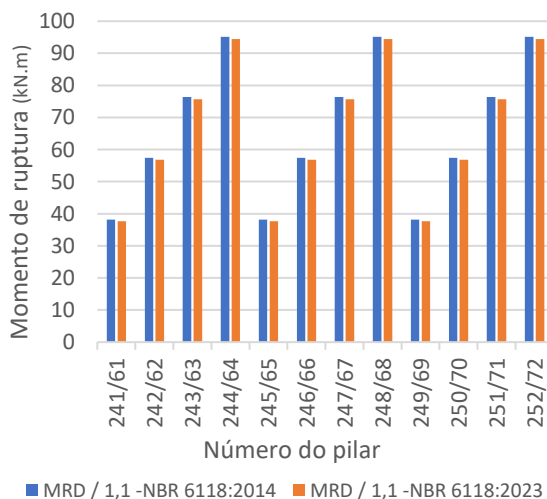
GRUPO 06					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	η_c
61	40	50	50	1	0,928318
62	40	50	50	2	0,928318
63	40	50	50	3	0,928318
64	40	50	50	4	0,928318
65	40	50	70	1	0,928318
66	40	50	70	2	0,928318
67	40	50	70	3	0,928318
68	40	50	70	4	0,928318
69	40	50	90	1	0,928318
70	40	50	90	2	0,928318
71	40	50	90	3	0,928318
72	40	50	90	4	0,928318
241	40	50	50	1	1
242	40	50	50	2	1
243	40	50	50	3	1
244	40	50	50	4	1
245	40	50	70	1	1
246	40	50	70	2	1
247	40	50	70	3	1
248	40	50	70	4	1
249	40	50	90	1	1
250	40	50	90	2	1
251	40	50	90	3	1
252	40	50	90	4	1

Fonte: do Autor.

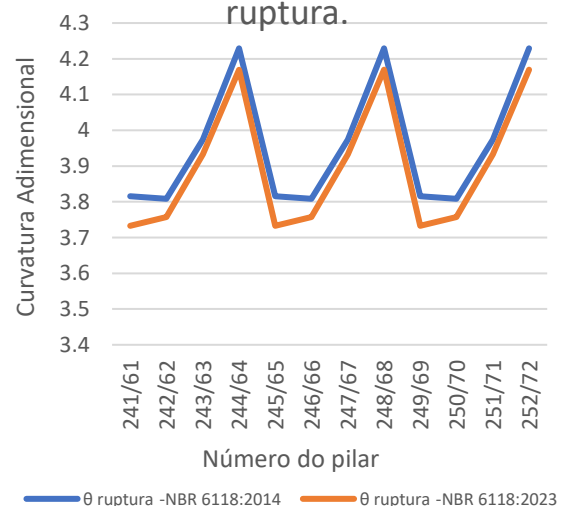
Os resultados para o grupo 06 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 7.

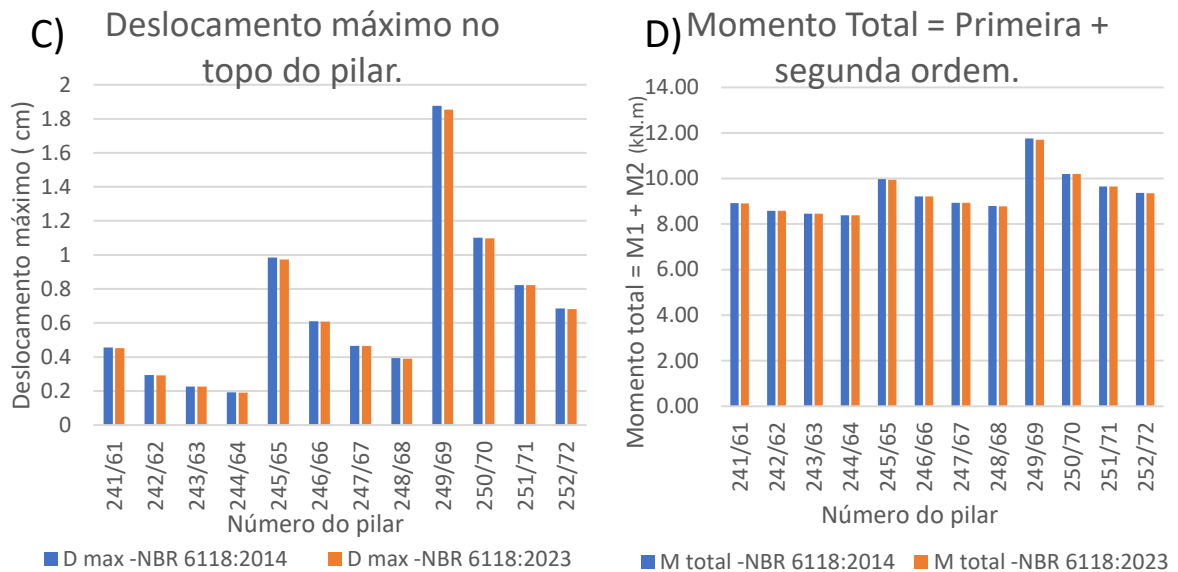
Gráfico 7 - Resultados do Grupo 06.

A) Momento de Ruptura / 1,1.



B) Curvatura adimensional da ruptura.





Fonte: do Autor.

Para os pilares com base de 40 cm, os resultados dos momentos de ruptura são consequentemente maiores, pelo aumento na área do pilar.

Apesar do aumento nos valores do momento de ruptura, a diferença máxima encontrada no gráfico 6-A, pela mudança normativa é de 1,30%, menor do que encontrada para o pilar com base de 20cm, de 1,42%, mantendo o padrão de redução nos pilares com a taxa de aço de 1%.

No gráfico 6-B visualizam-se os valores para o θ de ruptura, sendo que a diferença máxima de 2,17% do grupo 06 foi inferior aos 2,59% do grupo com pilar de base 20 cm.

Na análise dos efeitos de segunda ordem por meio do método das diferenças finitas, no Gráfico 6-D observam-se os resultados para o momento total, com uma redução máxima de apenas 0,38%, menor do que encontrada para o pilar com base de 20cm, de 1,02%.

Para o deslocamento máximo no topo do pilar, observa-se no gráfico 6-C que a maior diferença encontrada foi de 1,21%, sendo menor do que 2,54% encontrada para o grupo dos pilares com base de 20 cm.

6.1.2.2 Resultados do Grupo 07

Os parâmetros utilizados para o grupo 07 podem ser visualizados na Tabela 13.

Tabela 13 - Parâmetros do Grupo 07.

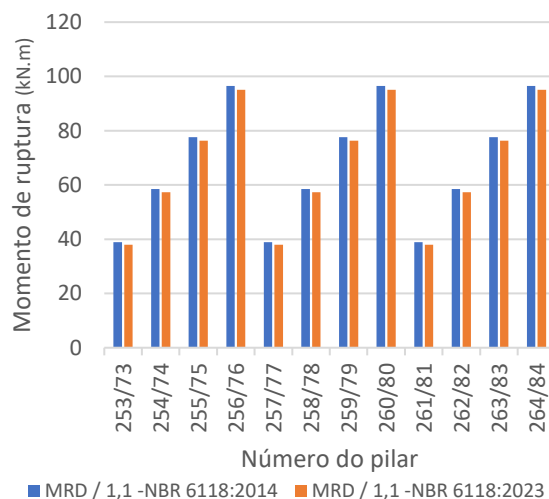
GRUPO 07					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	ηc
73	40	60	50	1	0,87358
74	40	60	50	2	0,87358
75	40	60	50	3	0,87358
76	40	60	50	4	0,87358
77	40	60	70	1	0,87358
78	40	60	70	2	0,87358
79	40	60	70	3	0,87358
80	40	60	70	4	0,87358
81	40	60	90	1	0,87358
82	40	60	90	2	0,87358
83	40	60	90	3	0,87358
84	40	60	90	4	0,87358
253	40	60	50	1	1
254	40	60	50	2	1
255	40	60	50	3	1
256	40	60	50	4	1
257	40	60	70	1	1
258	40	60	70	2	1
259	40	60	70	3	1
260	40	60	70	4	1
261	40	60	90	1	1
262	40	60	90	2	1
263	40	60	90	3	1
264	40	60	90	4	1

Fonte: do Autor.

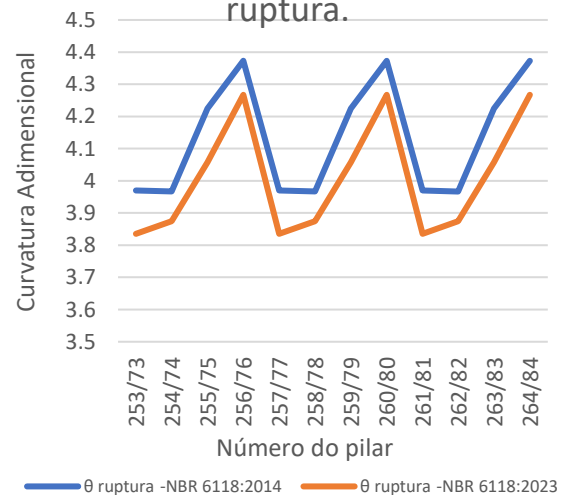
Os resultados para o grupo 07 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 08.

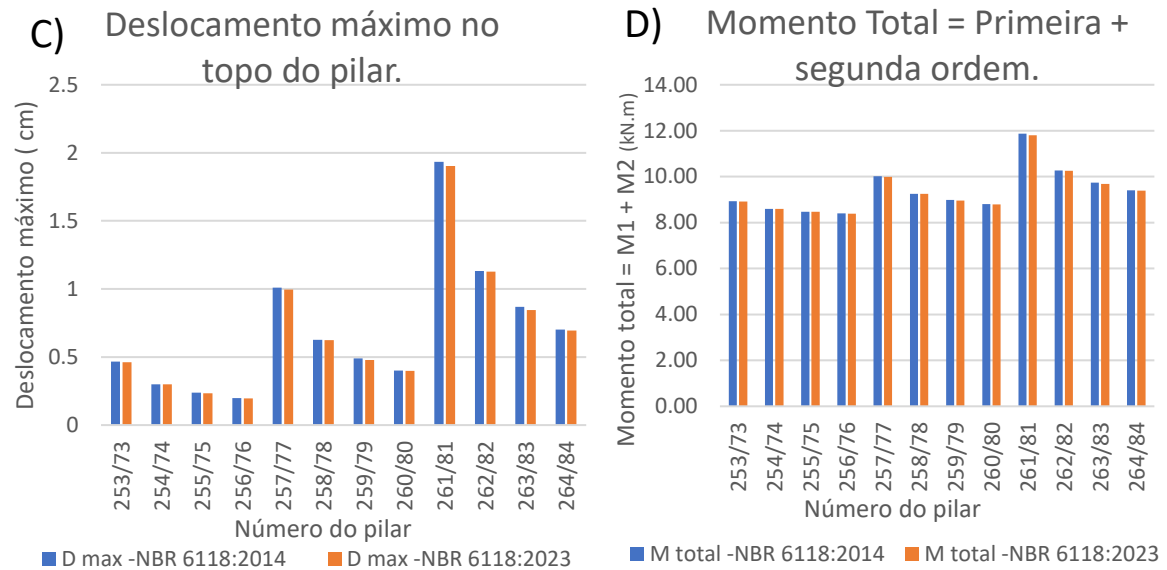
Gráfico 8 - Resultados do Grupo 07.

A) Momento de Ruptura / 1,1.



B) Curvatura adimensional da ruptura.





Fonte: do Autor.

A diferença máxima nos valores para o momento de ruptura é de 2,24%, conforme apresentado no gráfico 7-A, comumente nos pilares com a taxa de aço de 1%, seguindo a mesma tendência dos pilares com base de 20 cm.

No gráfico 7-B visualizam-se os valores para o θ de ruptura. A diferença máxima para os pilares com a NBR 6118:2023 é de 3,96%, um valor relativamente inferior se comparado aos 9% do grupo 02, referente ao pilar com base menor.

O gráfico 7-C apresenta os resultados para o momento total, com a diferença de apenas 0,53%, valor bem abaixo dos encontrados para o grupo 02, ocorrendo no pilar com o índice de esbeltez 90 e taxa de aço de 1%. Para o deslocamento máximo no topo do pilar, visualizado no gráfico 7-D, a diferença máxima encontrada foi de 2,75%.

6.1.2.3 Resultados do Grupo 08

Os parâmetros utilizados para o grupo 08 podem ser visualizados na Tabela 14.

Tabela 14 - Parâmetros do Grupo 08.

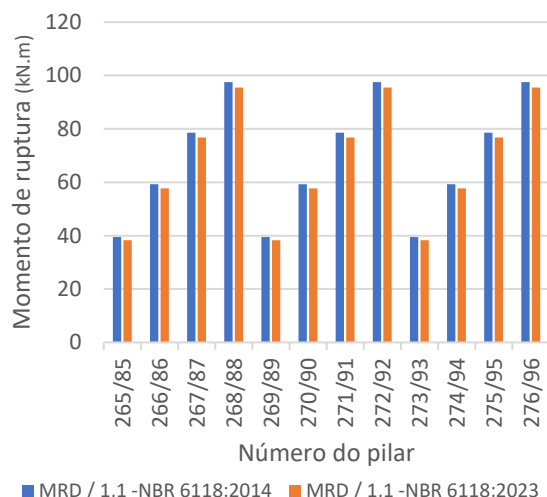
GRUPO 08					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	η_c
85	40	70	50	1	0,829827
86	40	70	50	2	0,829827
87	40	70	50	3	0,829827
88	40	70	50	4	0,829827
89	40	70	70	1	0,829827
90	40	70	70	2	0,829827
91	40	70	70	3	0,829827
92	40	70	70	4	0,829827
93	40	70	90	1	0,829827
94	40	70	90	2	0,829827
95	40	70	90	3	0,829827
96	40	70	90	4	0,829827
265	40	70	50	1	1
266	40	70	50	2	1
267	40	70	50	3	1
268	40	70	50	4	1
269	40	70	70	1	1
270	40	70	70	2	1
271	40	70	70	3	1
272	40	70	70	4	1
273	40	70	90	1	1
274	40	70	90	2	1
275	40	70	90	3	1
276	40	70	90	4	1

Fonte: do Autor.

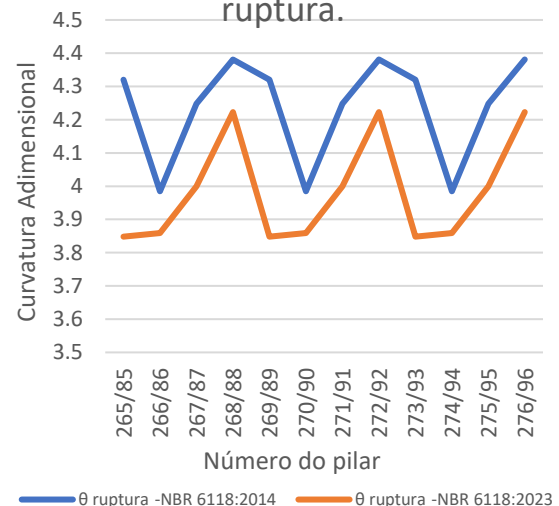
Os resultados para o grupo 08 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 9.

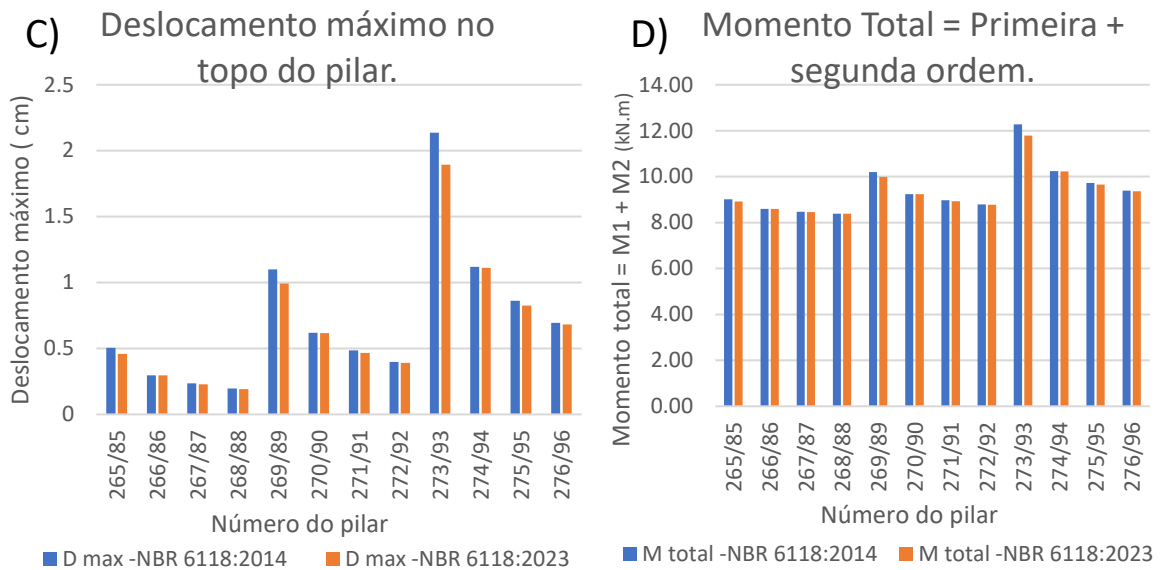
Gráfico 9 - Resultados do Grupo 08.

A) Momento de Ruptura / 1,1.



B) Curvatura adimensional da ruptura.





Fonte: do Autor.

A variação dos resultados para os pilares com a classe de resistência de 70 MPa e base do pilar de 40 cm, apresentaram uma diferença parecida ao grupo com base do pilar 20 cm.

No gráfico 8-A, visualiza-se a diferença nos valores para o momento de ruptura, de até 3,02%, valor menor se comparado a 3,34% do grupo 03, ocorrendo nos pilares com a taxa de aço de 1%.

O gráfico 8-B apresenta os resultados para o θ de ruptura, com a diferença máxima de 10,92%, sendo um pouco menor do que a diferença máxima de 12,52% do grupo 03.

No momento total a diferença máxima foi de 3,94%, visualizada no gráfico 8-D, novamente no pilar com o índice de esbeltez maior e menor taxa de aço, sendo inferior aos 9,11% do grupo com base menor. O gráfico 8-C apresenta os valores para o deslocamento máximo no topo do pilar, com a diferença máxima encontrada de 11,33%.

6.1.2.4 Resultados do Grupo 09

Os parâmetros utilizados para o grupo 09 podem ser visualizados na Tabela 15.

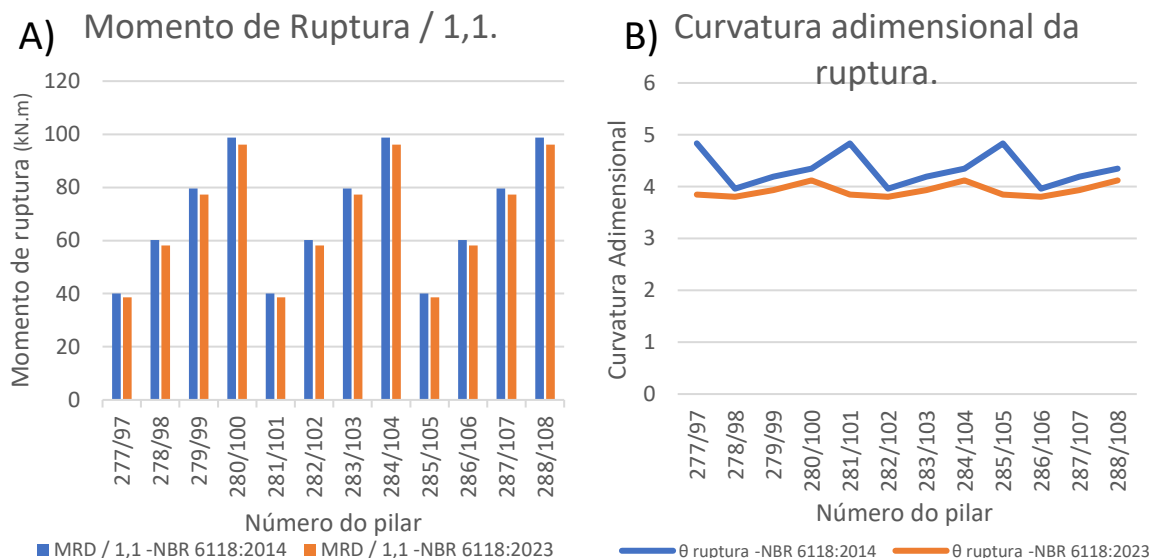
Tabela 15 - Parâmetros do Grupo 09.

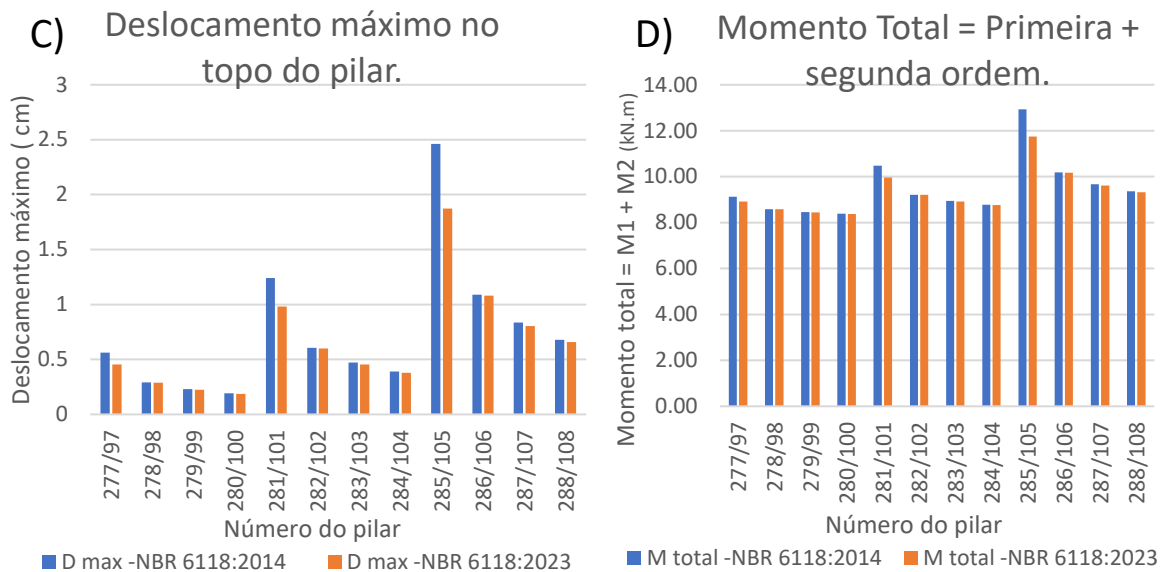
GRUPO 09					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	ηc
97	40	80	50	1	0,793701
98	40	80	50	2	0,793701
99	40	80	50	3	0,793701
100	40	80	50	4	0,793701
101	40	80	70	1	0,793701
102	40	80	70	2	0,793701
103	40	80	70	3	0,793701
104	40	80	70	4	0,793701
105	40	80	90	1	0,793701
106	40	80	90	2	0,793701
107	40	80	90	3	0,793701
108	40	80	90	4	0,793701
277	40	80	50	1	1
278	40	80	50	2	1
279	40	80	50	3	1
280	40	80	50	4	1
281	40	80	70	1	1
282	40	80	70	2	1
283	40	80	70	3	1
284	40	80	70	4	1
285	40	80	90	1	1
286	40	80	90	2	1
287	40	80	90	3	1
288	40	80	90	4	1

Fonte: do Autor.

Os resultados para o grupo 09 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 10.

Gráfico 10 - Resultados do Grupo 09.





Fonte: do Autor.

Conforme tendência dos resultados dos primeiros grupos, com largura da seção de 20 cm, nos grupos de pilares com classe de resistência de 80 MPa a diminuição é evidente, para os resultados dos quatro gráficos apresentados.

A diferença máxima nos resultados para o momento de ruptura, visualizada no gráfico 9-A, é observada nos pilares com taxa de aço de 1%, com redução de 3,73%.

O Gráfico 9-B apresenta os valores da diferença para o θ de ruptura, sendo que houve uma redução máxima de 20,37%, ficando acima dos 15,36% encontrados para os pilares com base menor.

No momento total visualizado no Gráfico 9-D, para o pilar com o índice de esbeltez 90 e taxa de aço de 1%, houve uma diferença máxima de 9,12%, sendo o pilar com maior influência do fator de fragilidade. No gráfico 9-C visualizam-se os valores para o deslocamento máximo no topo do pilar, com a diferença máxima encontrada de 23,95%, sendo uma diferença maior se comparado ao grupo 04.

6.1.2.5 Resultados do Grupo 10

Os parâmetros utilizados para o grupo 10 podem ser visualizados na tabela 16.

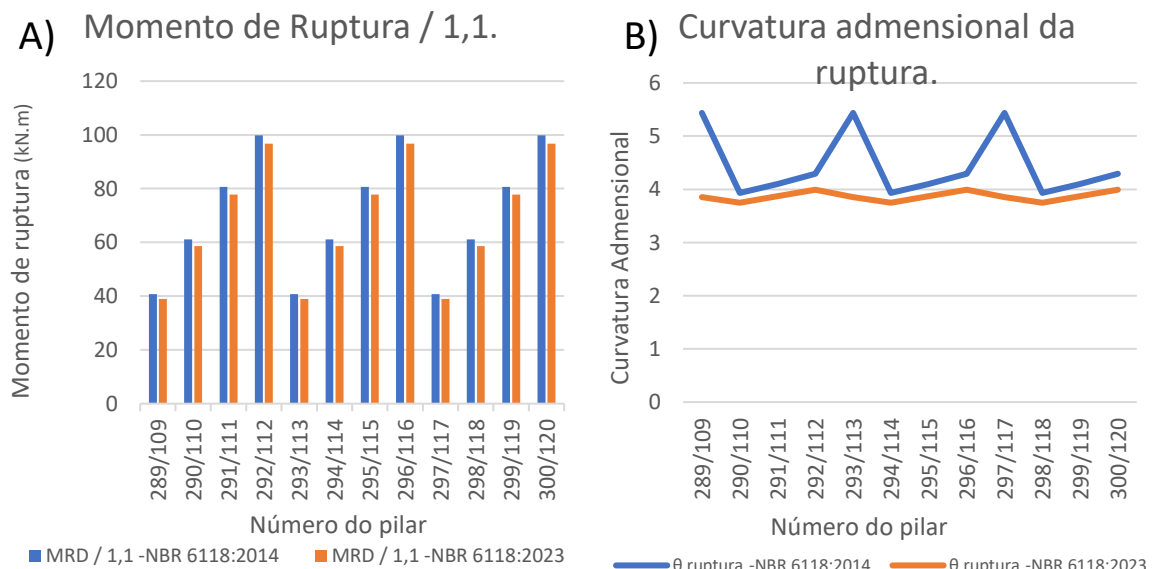
Tabela 16 - Parâmetros do Grupo 10.

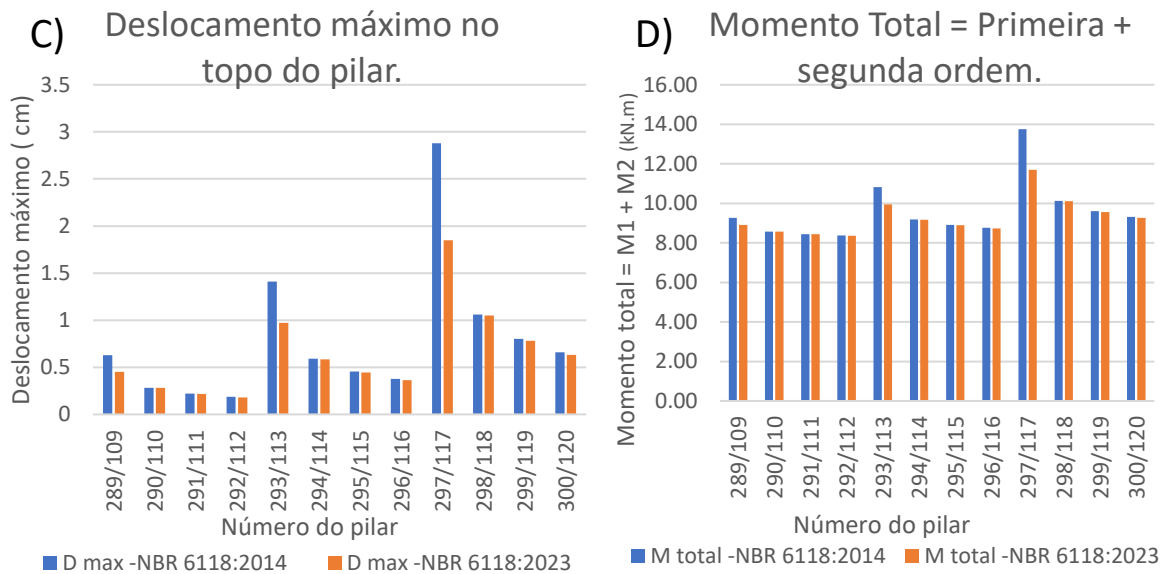
GRUPO 10					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	η_c
109	40	90	50	1	0,763143
110	40	90	50	2	0,763143
111	40	90	50	3	0,763143
112	40	90	50	4	0,763143
113	40	90	70	1	0,763143
114	40	90	70	2	0,763143
115	40	90	70	3	0,763143
116	40	90	70	4	0,763143
117	40	90	90	1	0,763143
118	40	90	90	2	0,763143
119	40	90	90	3	0,763143
120	40	90	90	4	0,763143
289	40	90	50	1	1
290	40	90	50	2	1
291	40	90	50	3	1
292	40	90	50	4	1
293	40	90	70	1	1
294	40	90	70	2	1
295	40	90	70	3	1
296	40	90	70	4	1
297	40	90	90	1	1
298	40	90	90	2	1
299	40	90	90	3	1
300	40	90	90	4	1

Fonte: do Autor.

Os resultados para o grupo 10 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 11.

Gráfico 11 - Resultados do Grupo 10.





Fonte: do Autor.

No Gráfico 10-A, é possível visualizar a redução nos resultados para o momento de ruptura, sendo de até 4,39%, ficando bem próximo dos 4,59% encontrados para o grupo 05, ocorrendo nos pilares com a menor taxa de aço.

Para o θ de ruptura, visualizado no Gráfico 10-B, há uma redução máxima de 29,16%, ficando bem superior aos 18,5% para o grupo 05, dos pilares com base menor, ocorrendo nos pilares com taxa de aço de 1%.

O Gráfico 10-D apresenta os valores da diferença para o momento total, sendo que para o pilar com o índice de esbeltez de 90 e taxa de aço de 1% houve uma diminuição de 14,97%, um pouco acima dos 13,57% do grupo 05. Para o deslocamento máximo no topo do pilar, visualizado no Gráfico 10-C, a diferença máxima encontrada foi de 35,78%, sendo superior aos 25,09% dos pilares com base de 20 cm.

Para os resultados encontrados para o grupo 10, dos pilares classe de resistência 90 MPa, e base do pilar de 40 cm, houve pouca diferença comparado ao grupo com base do pilar menor de 20 cm, apenas apresentando diferença maior para o deslocamento no topo do pilar.

A maior redução ocorre nos pilares com taxa de aço 1%. Para as demais taxas de aço os valores tiveram uma menor diferença nos resultados.

6.1.3 Grupo de Pilares com Base de Largura 60 cm

6.1.3.1 Resultados do Grupo 11

Os parâmetros utilizados para o grupo 11 podem ser visualizados na Tabela 17.

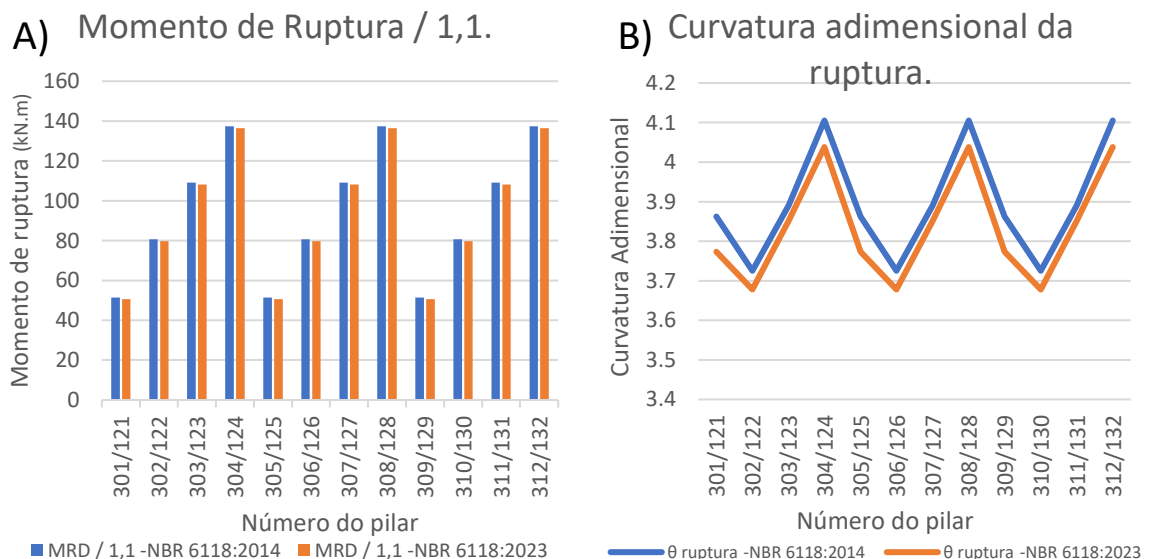
Tabela 17 - Parâmetros do Grupo 11.

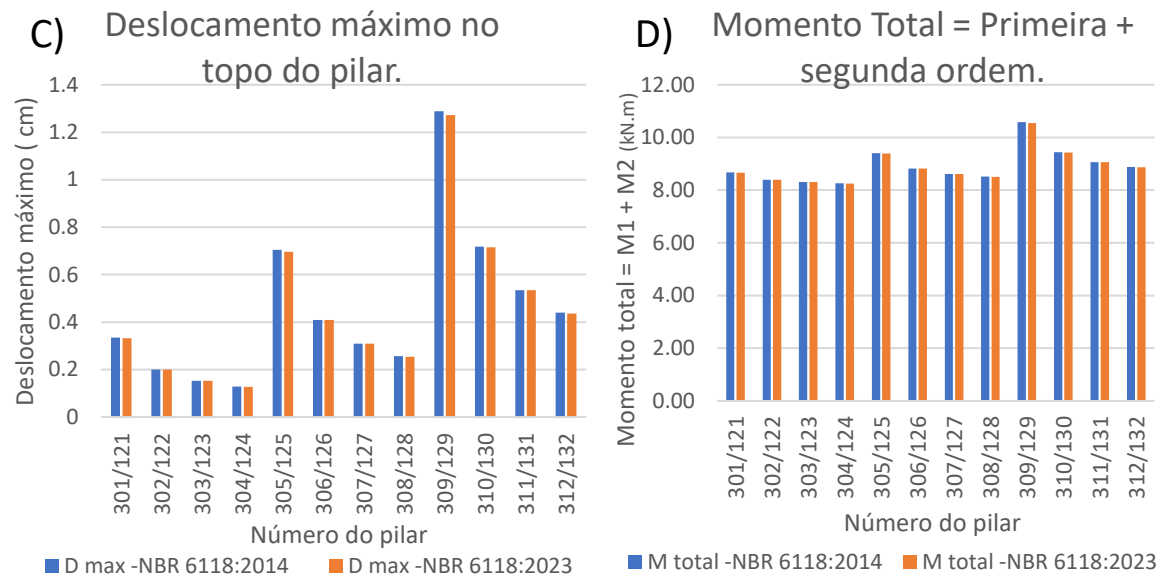
GRUPO 11					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	ηc
121	60	50	50	1	0,928318
122	60	50	50	2	0,928318
123	60	50	50	3	0,928318
124	60	50	50	4	0,928318
125	60	50	70	1	0,928318
126	60	50	70	2	0,928318
127	60	50	70	3	0,928318
128	60	50	70	4	0,928318
129	60	50	90	1	0,928318
130	60	50	90	2	0,928318
131	60	50	90	3	0,928318
132	60	50	90	4	0,928318
301	60	50	50	1	1
302	60	50	50	2	1
303	60	50	50	3	1
304	60	50	50	4	1
305	60	50	70	1	1
306	60	50	70	2	1
307	60	50	70	3	1
308	60	50	70	4	1
309	60	50	90	1	1
310	60	50	90	2	1
311	60	50	90	3	1
312	60	50	90	4	1

Fonte: do Autor.

Os resultados para o grupo 11 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 12.

Gráfico 12 - Resultados do Grupo 11.





Fonte: do Autor.

O momento de ruptura para os pilares com base de 60 cm é maior, chegando a mais de 130 kN.m, enquanto para os pilares com base de 20 cm o momento de ruptura é apenas um pouco acima dos 50 kN.m.

Mesmo com o aumento nos valores do momento de ruptura, a redução máxima pela mudança normativa, visualizada no gráfico 11-A, é de 1,33%, ficando bem próxima da encontrada para o pilar com base de 40 cm de 1,30%, sempre ocorrendo nos pilares com a taxa de aço de 1%.

O gráfico 11-B apresenta os valores para a diferença no θ de ruptura, sendo que a redução máxima é de apenas 2,30%, um pouco acima dos 2,17% para os pilares com base de 40cm.

No gráfico 11-D é possível visualizar os valores da mudança normativa para o momento total, com a redução máxima de 0,31%, sendo menor que o valor de 0,38% do grupo 06, ocorrendo nos pilares com maior índice de esbeltez e taxa de aço de 1%.

Para o deslocamento máximo no topo do pilar a maior diferença encontrada foi de 1,28%, sendo possível visualizar no gráfico 11-C, um pouco acima dos 1,21% do grupo de pilares com base 40 cm.

6.1.3.2 Resultados do Grupo 12

Os parâmetros utilizados para o grupo 12 podem ser visualizados na Tabela 18.

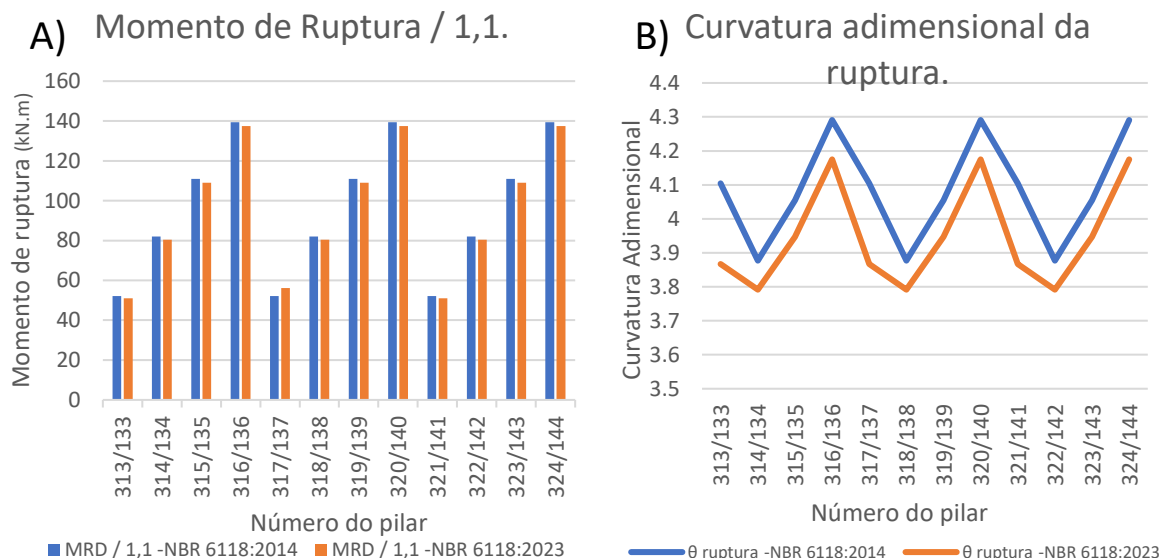
Tabela 18 - Parâmetros do Grupo 12.

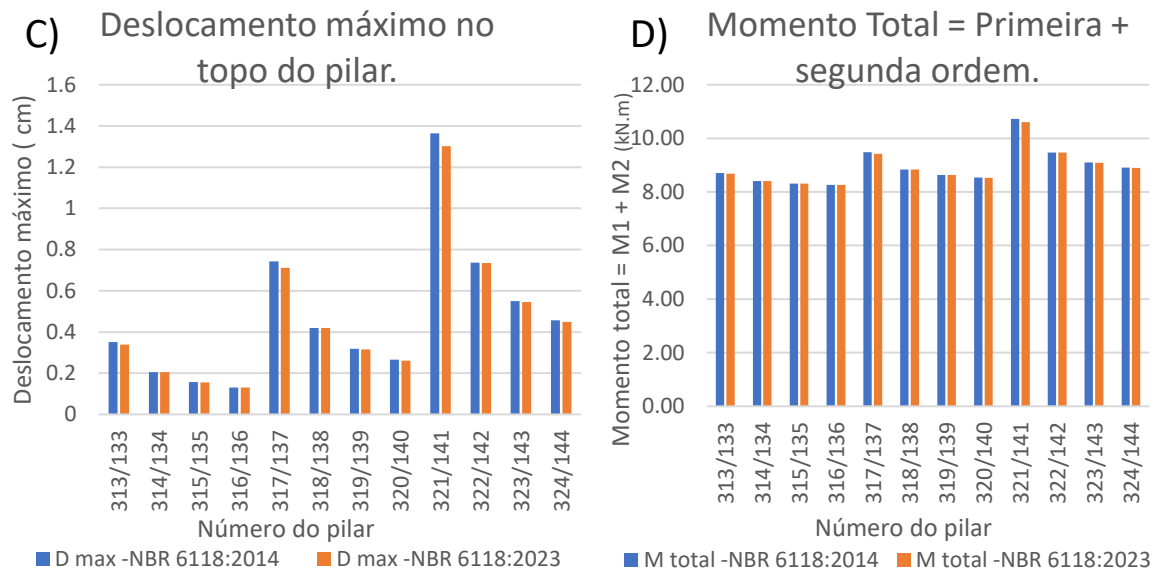
GRUPO 12					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	η_c
133	60	60	50	1	0,87358
134	60	60	50	2	0,87358
135	60	60	50	3	0,87358
136	60	60	50	4	0,87358
137	60	60	70	1	0,87358
138	60	60	70	2	0,87358
139	60	60	70	3	0,87358
140	60	60	70	4	0,87358
141	60	60	90	1	0,87358
142	60	60	90	2	0,87358
143	60	60	90	3	0,87358
144	60	60	90	4	0,87358
313	60	60	50	1	1
314	60	60	50	2	1
315	60	60	50	3	1
316	60	60	50	4	1
317	60	60	70	1	1
318	60	60	70	2	1
319	60	60	70	3	1
320	60	60	70	4	1
321	60	60	90	1	1
322	60	60	90	2	1
323	60	60	90	3	1
324	60	60	90	4	1

Fonte: do Autor.

Os resultados para o grupo 12 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 13.

Gráfico 13 - Resultados do Grupo 12.





Fonte: do Autor.

A diferença visualizada no Gráfico 12-A, para os valores do momento de ruptura é de até 2,29% nos pilares com a taxa de aço de 1%.

O Gráfico 12-B apresenta os valores para o θ de ruptura. A diferença máxima para os pilares com a NBR 6118:2023 (ABNT, 2024) é de 5,77%, resultado acima dos 3,39% para o grupo 07, referente ao pilar de base de 40 cm.

No momento total a diferença máxima foi de apenas 0,53%, visualizada no gráfico 12- D, sendo a mesma taxa de redução observada para o grupo 07, no pilar com o índice de esbeltez 90 e taxa de aço de 1%.

No gráfico 12-C é possível observar a diferença para o deslocamento máximo no topo do pilar, onde verifica-se a redução máxima de 4,51% pela alteração normativa.

6.1.3.3 Resultados do Grupo 13

Os parâmetros utilizados para o grupo 13 podem ser visualizados na Tabela 19.

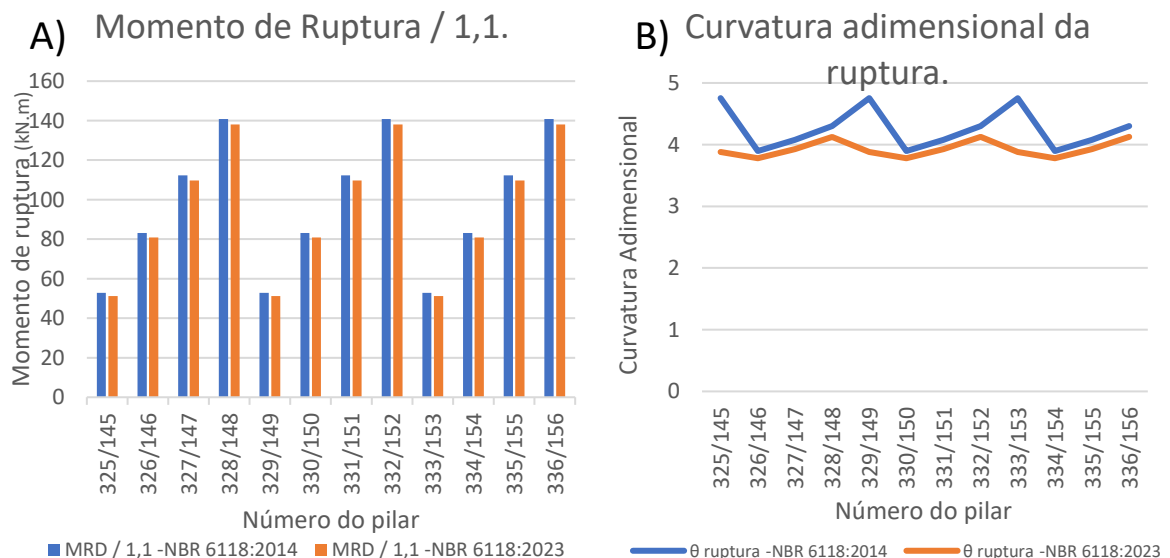
Tabela 19 - Parâmetros do Grupo 13.

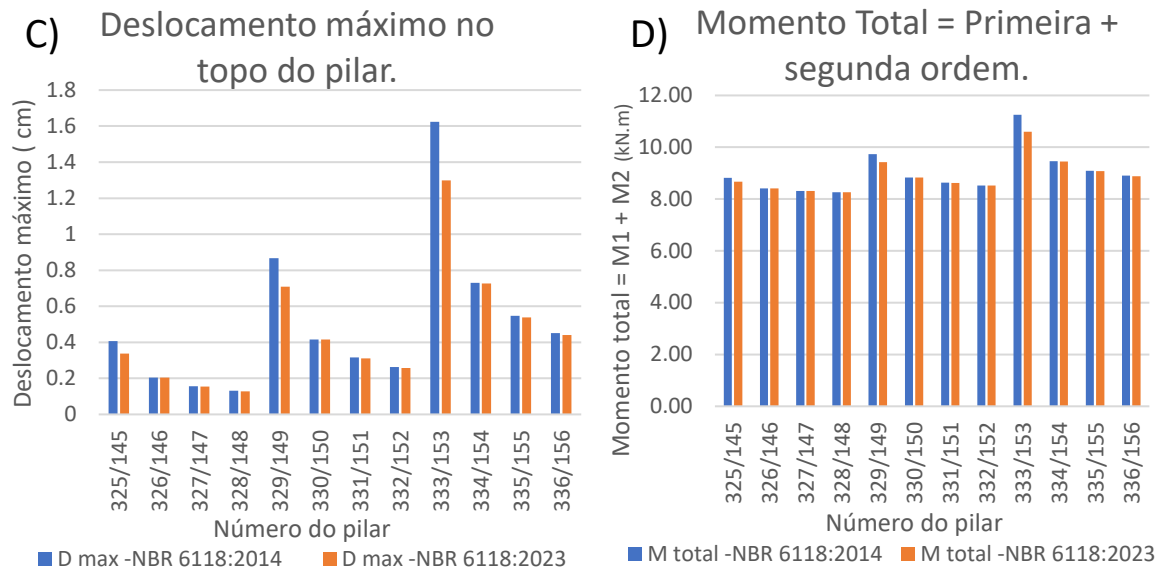
GRUPO 13					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	η_c
145	60	70	50	1	0,829827
146	60	70	50	2	0,829827
147	60	70	50	3	0,829827
148	60	70	50	4	0,829827
149	60	70	70	1	0,829827
150	60	70	70	2	0,829827
151	60	70	70	3	0,829827
152	60	70	70	4	0,829827
153	60	70	90	1	0,829827
154	60	70	90	2	0,829827
155	60	70	90	3	0,829827
156	60	70	90	4	0,829827
325	60	70	50	1	1
326	60	70	50	2	1
327	60	70	50	3	1
328	60	70	50	4	1
329	60	70	70	1	1
330	60	70	70	2	1
331	60	70	70	3	1
332	60	70	70	4	1
333	60	70	90	1	1
334	60	70	90	2	1
335	60	70	90	3	1
336	60	70	90	4	1

Fonte: do Autor.

Os resultados para o grupo 13 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 14.

Gráfico 14 - Resultados do Grupo 13.





Fonte: do Autor.

A diferença visualizada no gráfico 13-A, para o momento de ruptura nos pilares da NBR 6118:2023 (ABNT, 2024) é até 3,09%, ficando próximo aos 3,02% do grupo 03, ocorrendo nos pilares com a taxa de aço de 1%.

O gráfico 13-B apresenta a diferença máxima no valor do θ de ruptura de 18,39%, sendo superior a 10,92% do grupo 08, ocorrendo novamente nos pilares com menor taxa de aço.

No momento total a diferença máxima foi de 5,78%, visualizada no gráfico 13-D, novamente no pilar com o índice de esbeltez 90 e menor taxa de aço, ficando acima da diferença de 3,94% do grupo com base menor.

No gráfico 13-C é possível visualizar a diferença no deslocamento máximo no topo do pilar, com diferença máxima encontrada de 20,03%, valor acima dos 11,33% do grupo 08.

6.1.3.4 Resultados do Grupo 14

Os parâmetros utilizados para o grupo 14 podem ser visualizados na Tabela 20.

Tabela 20 - Parâmetros do Grupo 14.

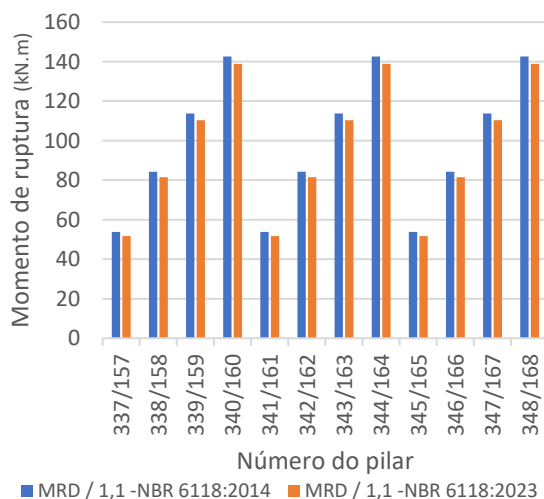
GRUPO 14					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	η_c
157	60	80	50	1	0,793701
158	60	80	50	2	0,793701
159	60	80	50	3	0,793701
160	60	80	50	4	0,793701
161	60	80	70	1	0,793701
162	60	80	70	2	0,793701
163	60	80	70	3	0,793701
164	60	80	70	4	0,793701
165	60	80	90	1	0,793701
166	60	80	90	2	0,793701
167	60	80	90	3	0,793701
168	60	80	90	4	0,793701
337	60	80	50	1	1
338	60	80	50	2	1
339	60	80	50	3	1
340	60	80	50	4	1
341	60	80	70	1	1
342	60	80	70	2	1
343	60	80	70	3	1
344	60	80	70	4	1
345	60	80	90	1	1
346	60	80	90	2	1
347	60	80	90	3	1
348	60	80	90	4	1

Fonte: do Autor.

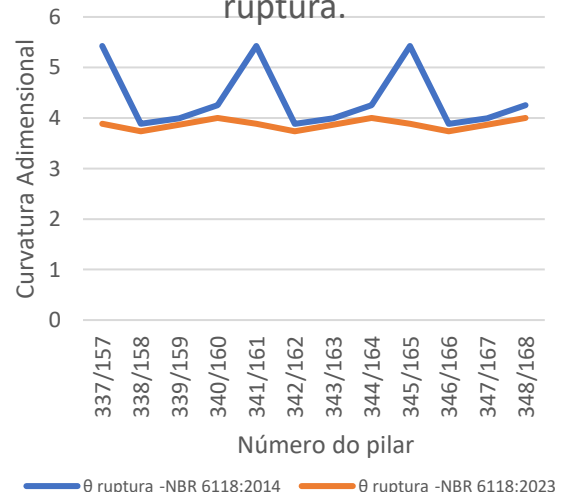
Os resultados para o grupo 14 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 15.

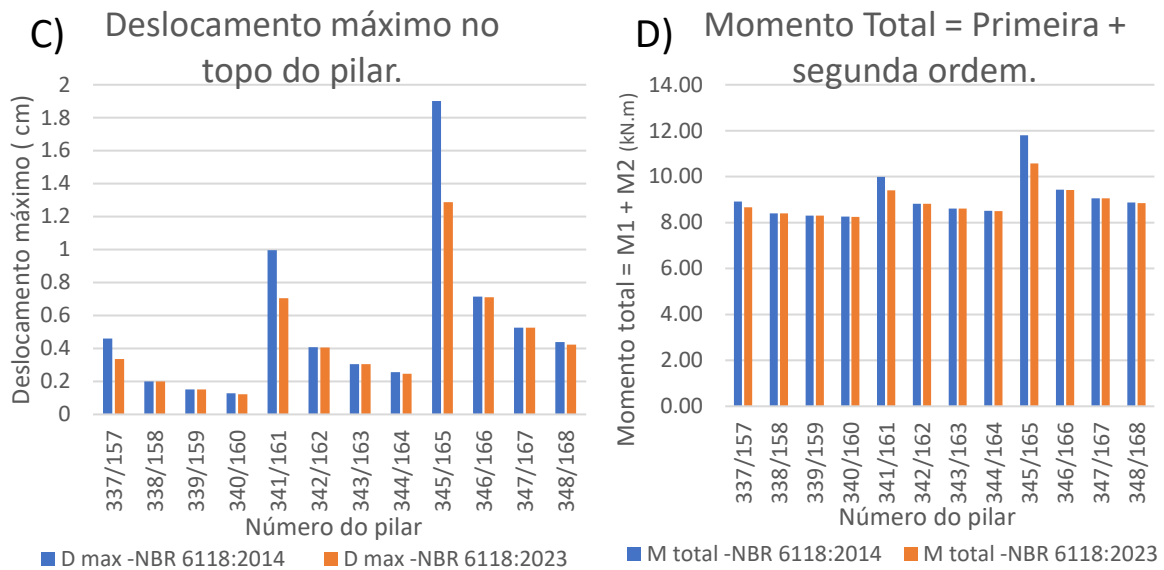
Gráfico 15 - Resultados do Grupo 14.

A) Momento de Ruptura / 1,1.



B) Curvatura adimensional da ruptura.





Fonte: do Autor.

Conforme a tendência dos resultados dos primeiros grupos, referente aos pilares com base de seção 20 e 40 cm, nos grupos de pilares com classe de resistência de 80 MPa, observa-se uma diferença evidente pela mudança na NBR 6118:2023 (ABNT, 2024).

A diferença nos resultados visualizadas no gráfico 14-A, para o momento de ruptura é acentuada nos pilares com taxa de aço de 1%, com redução de 3,84%, sendo próxima dos 3,73% dos pilares de base 40 cm.

O gráfico 14-B apresenta os valores da diferença para o θ de ruptura, sendo que a redução máxima de 28,38% do grupo 14 é maior que os 20,37% do grupo 09.

No momento total a redução é de até 10,41% visualizada no gráfico 14-D, ocorrendo no pilar com o índice de esbeltez de 90 e taxa de aço de 1%, ficando próximo da redução do grupo 09, de 9,12%.

Para o gráfico 14-C a diferença no deslocamento máximo no topo do pilar é de até 32,32%, sendo maior que os 23,95% do grupo com pilares de base 40 cm.

6.1.3.5 Resultados do Grupo 15

Os parâmetros utilizados para o grupo 15 podem ser visualizados na Tabela 21.

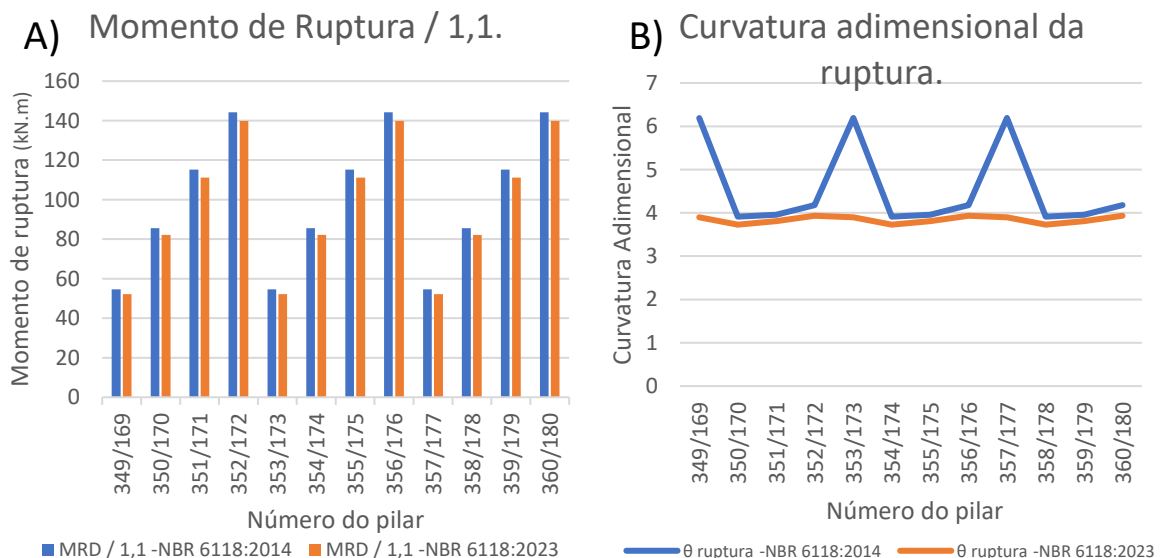
Tabela 21 - Parâmetros do Grupo 15.

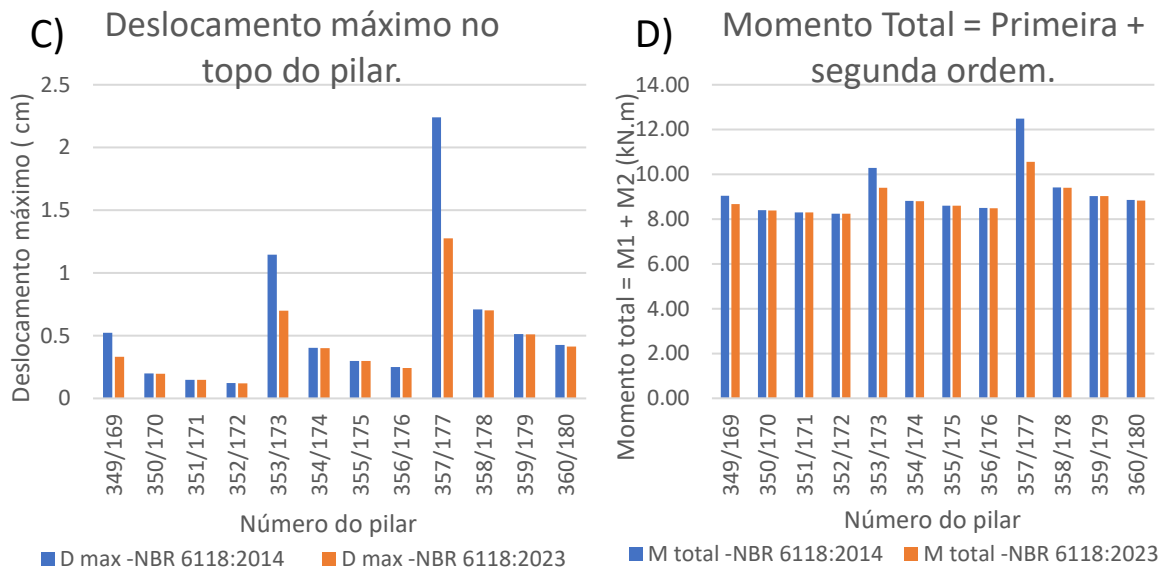
GRUPO 15					
Nº Pilar	Base (cm)	fck (MPa)	λ	ρ (%)	ηc
169	60	90	50	1	0,763143
170	60	90	50	2	0,763143
171	60	90	50	3	0,763143
172	60	90	50	4	0,763143
173	60	90	70	1	0,763143
174	60	90	70	2	0,763143
175	60	90	70	3	0,763143
176	60	90	70	4	0,763143
177	60	90	90	1	0,763143
178	60	90	90	2	0,763143
179	60	90	90	3	0,763143
180	60	90	90	4	0,763143
349	60	90	50	1	1
350	60	90	50	2	1
351	60	90	50	3	1
352	60	90	50	4	1
353	60	90	70	1	1
354	60	90	70	2	1
355	60	90	70	3	1
356	60	90	70	4	1
357	60	90	90	1	1
358	60	90	90	2	1
359	60	90	90	3	1
360	60	90	90	4	1

Fonte: do Autor.

Os resultados para o grupo 15 de pilares podem ser visualizados no Gráfico 16.

Gráfico 16 - Resultados do Grupo 15.





Fonte: do Autor.

Nos resultados encontrados para o grupo 15, terceiro grupo com classe de resistência de 90 MPa, a diferença pela adição do fator de fragilidade é considerável.

A redução nos resultados para o momento de ruptura é de até 4,55%, visualizada no Gráfico 15-A, não havendo grande diferença dos 4,39% do grupo 10, ocorrendo nos pilares com a menor taxa de aço.

O Gráfico 15-B apresenta os valores para o θ de ruptura, com uma redução máxima de 37,08%, ficando acima dos 29,16% para o grupo 10, dos pilares com base 40 cm, ocorrendo nos pilares com taxa de aço de 1%.

No Gráfico 15-D é possível visualizar a diferença no momento total. Para o pilar com o índice de esbeltez de 90 e taxa de aço de 1%, houve a redução de 15,46%, ficando próximo dos 14,97% do grupo 10.

Para o deslocamento máximo no topo do pilar, visualizado no Gráfico 15-C, a diferença máxima encontrada foi de 43,07%, sendo acima dos 35,78% encontrados no grupo 10, ocorrendo nos pilares com taxa de 1% de aço. Para os demais, as diferenças percentuais são bem menores.

6.2 SÍNTESE DOS RESULTADOS

A diferença encontrada para cada parâmetro analisado na amostra de 360 pilares pode ser visualizada na Tabela 22, sendo possível visualizar a diferença média e a diferença máxima observada.

Tabela 22 - Redução dos valores para a versão da NBR 6118:2023 (ABNT, 2024).

	DIFERENÇA MÉDIA (%)	DIFERENÇA MÁXIMA (%)
Momento de Ruptura/γ_f3	-2,51 %	-4,59 %
Curvatura adimensional de ruptura	-6,63 %	-37,08 %
Deslocamento máximo	-5,13 %	-43,07 %
Momento total	-1,27%	-15,46 %

Fonte: Do Autor.

6.3 ANÁLISE DA RELAÇÃO MOMENTO CURVATURA

No geral há uma diminuição nos valores obtidos na relação momento-curvatura quando aplicado o fator de fragilidade, em ambos os fatores analisados, o momento de ruptura e o θ de ruptura.

Os parâmetros que mais tiveram influência na redução dos resultados da relação momento-curvatura pela atualização normativa foram a classe de resistência do concreto e a taxa de aço.

No momento de ruptura, com a classe de resistência do concreto passando de 50 para 90 MPa, a redução dos resultados passou de uma média de 1,02% para os grupos com 50 MPa, para uma média de 3,82% para os grupos de 90 MPa.

Para a curvatura adimensional de ruptura (θ de ruptura), a redução dos resultados passou de uma média de 3,69% para os grupos com 50 MPa, para uma média de 11,74% para os grupos de 90 MPa.

6.4 ANÁLISE DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

No geral houve diminuição nos valores obtidos na análise dos efeitos de segunda ordem por meio do método das diferenças finitas, para ambos os fatores, o momento total e o deslocamento máximo no topo do pilar.

Os parâmetros que acarretaram maior redução nos resultados pela atualização normativa, no método das diferenças finitas foram a classe de resistência do concreto, o índice de esbeltez e menor taxa de aço.

O parâmetro que atua diretamente nos efeitos de segunda ordem é o índice de esbeltez, pois os fatores de classe de resistência do concreto e taxa de aço, influenciam os resultados obtidos na relação momento-curvatura, resultados que são utilizados para o cálculo dos efeitos de segunda ordem.

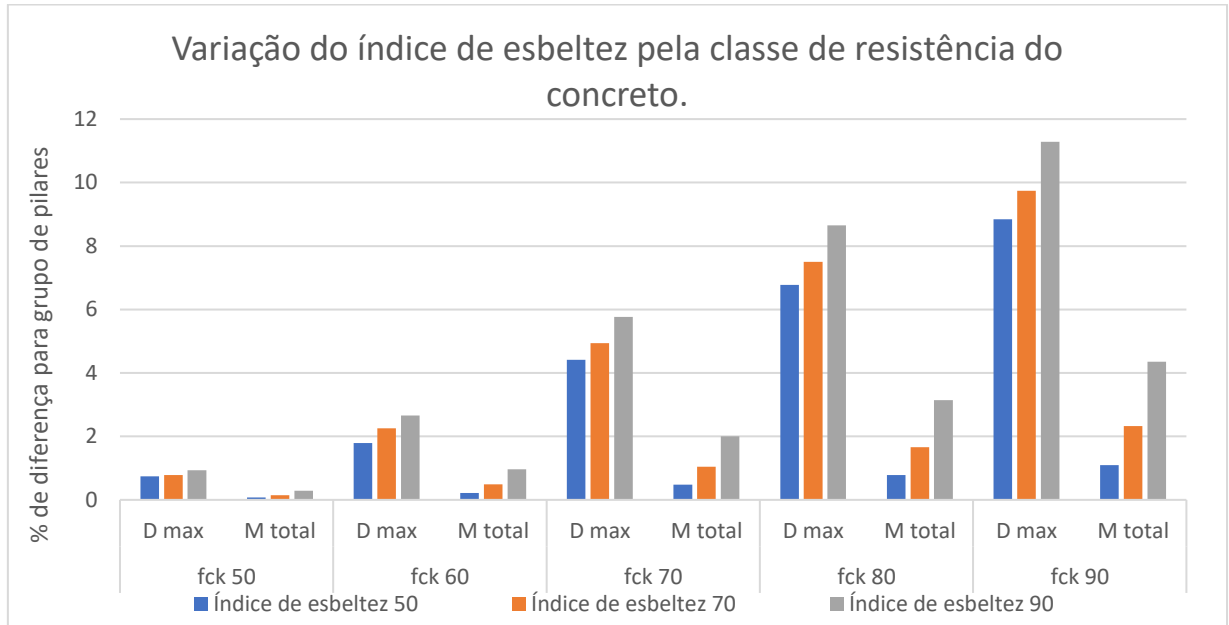
No momento total, com a classe de resistência do concreto passando de 50 para 90 MPa, a redução dos resultados passou de uma média de 0,17% para os grupos com 50 MPa, para uma média de 2,59% para os grupos de 90 MPa.

Para o deslocamento máximo no topo do pilar, a redução dos resultados passou de uma média de 0,81% para os grupos com 50 MPa, para uma média de 9,95% para os grupos de 90 MPa.

No Gráfico 17 é possível visualizar a diferença encontrada pela adição do fator de fragilidade em relação ao índice de esbeltez, considerando-se também a classe de resistência do concreto, sendo possível visualizar a média da diferença dos grupos com a mesma classe de resistência.

De acordo com os resultados do gráfico, apesar de variar consideravelmente o percentual de diferença conforme a classe de resistência do concreto aumenta, a diferença encontrada pela alteração do índice de esbeltez se manteve bem próxima para as diferentes classes do concreto.

Gráfico 17 - Análise da redução percentual dos resultados com a aplicação do fator de fator de fragilidade da NBR 6118:2023 em função do índice de esbeltez e da resistência característica do concreto.



Fonte: Do Autor.

7 CONCLUSÃO

A análise comparativa entre a NBR 6118:2014 e a NBR 6118:2023, com foco na introdução do fator de fragilidade, revelou que a nova norma de fato gera diferenças estatisticamente significativas para pilares de concreto armado. Os pilares em geral foram afetados com a adição fator de fragilidade no método geral.

O aumento na classe de resistência do concreto foi o parâmetro que apresentou a redução mais significativa nos resultados, pelo fator de fragilidade estar diretamente ligado ao f_{ck} do concreto. Outro parâmetro que apresentou resultados significativos nos resultados foi a taxa de aço, principalmente os pilares com taxa de 1%, já os pilares com taxa de aço maior não tiveram uma redução tão acentuada. Os pilares tiveram uma redução média de 2,51% para o momento de ruptura e 6,63% para a curvatura adimensional, concluindo que para os pilares baseados na NBR 6118:2023 (ABNT, 2024), haverá um rompimento antes do proposto pela norma anterior, podendo gerar a necessidade de aumento na armadura para atender as mesmas condições de projeto.

Para os efeitos de segunda ordem, o aumento do índice de esbeltez foi o fator que teve maior influência na redução dos resultados.

Conclui-se que o fator de fragilidade gera influência para pilares de concreto armado baseados na NBR 6118:2023 (ABNT, 2024), sendo que conforme a aplicação proposta para o pilar e o seu uso, essa diferença pode ter maior ou menor relevância.

Entende-se que o trabalho contribuiu para preencher uma lacuna importante, visando-se compreender a real influência do fator de fragilidade adicionado pela NBR 6118:2023 (ABNT, 2024), para pilares mediamente esbeltos. Portanto, com a análise dos 360 pilares, é possível tirar conclusões acerca da real influência do fator de fragilidade. Entende-se que, ao ser utilizado o método geral, o impacto do fator de fragilidade não pode ser desprezado.

Em paralelo, considera-se importante mencionar o trabalho de Machado (2024), que realizou a aplicação do fator de fragilidade para vigas de concreto armado submetidas à flexão simples. Tais elementos apresentaram uma variação nos índices de confiabilidade desprezáveis e um aumento de até 19% no consumo do aço para estruturas com maior classe de resistência do concreto. No entanto, não é possível

extrapolar tais conclusões para elementos como pilares, que possuem solicitações compostas e outra forma de comportamento estrutural.

Para futuros trabalhos considera-se importante analisar o impacto do fator de fragilidade no dimensionamento de uma estrutura completa de concreto, compreendendo qual o real aumento do consumo de material.

Compreende-se a importância das atualizações normativas, e que tais alterações visam garantir a segurança estrutural. Contudo, os coeficientes ou fatores inseridos nas normas necessitam de aferição constante, algo que demanda a análise de diferentes elementos estruturais, submetidos às mais diversas condições de projeto. Sendo assim, justifica-se a relevância deste trabalho de pesquisa, ao avaliar o fator de fragilidade do concreto proposto pela norma brasileira NBR 6118:2023 (ABNT, 2024), especificamente no que diz respeito aos pilares medianamente esbeltos.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118:2014**. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118:2023** Versão Corrigida 2:2024. Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro: ABNT, 2024.
- ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado** / José Milton de Araújo. – 5. ed. – Rio Grande, RS: Editora Dunas, 2023.
- BADIMUENA, B. L. **Avaliação da confiabilidade de estruturas existentes: influência da resistência à compressão do concreto**. Dissertação Mestrado em Engenharia de Estruturas – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.
- BORGES, C. F. K; REAL, M. V; PESSUTTO, Â.S; FILHO A. C; LAZZARI, P. M; COGO N. F. **Análise da introdução do fator η_c pela nbr 6118:2023 no dimensionamento de seções poligonais de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua**, Seminário Sul Brasileiro de Pontes e Estruturas, Porto Alegre, RS
- BENETTI C. T. **Análise da influência do fator de fragilidade η_c no dimensionamento de vigas e pilares de concreto armado, com base na norma nbr 6118:2023 e o projeto de norma em 1992-1-1:2022**, Universidade Federal de Santa Maria, centro de tecnologia, RS, 2024.
- BORGES, A. C. L., **Análise de pilares esbeltos de concreto armado solicitados a flexo-compressão oblíqua**, Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil, 1999.
- BRONDANI, R. P.; MOHAMAD, G.; ISAIA, G. C. **Sustentabilidade em projeto de estrutura em concreto armado**. Concreto e Construções, 2015.
- CASTRO, LUIZA RIBAS. **Confiabilidade estrutural de pilares existentes de concreto armado: Influência da perda de armadura de aço e da idade do concreto**. Dissertação de mestrado. Universidade De Minas Gerais: Belo Horizonte, 2019.
- MACHADO, G. M. **Análise de confiabilidade aplicada a seções de concreto armado submetidas à flexão simples**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2024.
- MEHTA, P. K., 1994. **Concreto, estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo: editora Pini. 2 , 1999.

MUSSO JUNIOR, F. **Dimensionamento de Seções de Concreto Armado e Verificação da Estabilidade de Vigas-Colunas no Estado Limite**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1987.

RIBEIRO, Kleyser. Vasconcellos, Mauro. Loriggio, Daniel. **Reliability analysis of slender columns using the general method with linear creep theory**. Revista Ibracon. Universidade Federal De Santa Catarina – UFSC, Florianópolis, SC. Universidade Federal Do Rio Grande – Furg, Rio Grande, RS, 2022.

RIBEIRO, Kleyser. **Diagramas para verificação de pilares retangulares em concreto armado submetidos à flexão composta normal**, - Universidade Federal De Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa De Pós-Graduação Em Engenharia Civil, Florianópolis, 2011.

SANTOS, R. E. **A ARMAÇÃO DO CONCRETO NO BRASIL**: História da difusão da tecnologia do concreto armado e da construção de sua hegemonia. Tese Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. R.; BECK, A. T. **Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras**. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 7, n. 5, 2014.

SCHERER, M.; MORSCH, I. B.; REAL, M. V. **Reliability of reinforced concrete beams designed in accordance with Brazilian code NBR-6118:2014**. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 12, n. 5, 2019.

Souza, E. A. V. de, Santos, L. O., & Oliveira, S. L. de. **Avaliação da influência do novo fator de fragilidade n_c na taxa de armadura de pilares**. Revista Contribuciones a las ciencias sociales, 2024.

STUCCHI, F.; SANTOS, S.; FRANCO, R. **Evaluation of the safety criteria of Brazilian Standard NBR 6118 for slender members based on reliability analyses**. Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, 2011.

STUCCHI, F. R.; SANTOS, S. H. C. **Reliability based comparison between ACI 318-05 and NBR 6118**. Revista Ibracon de Estruturas, v. 3, 2007.



JOINVILLE
CENTRO DE CIÊNCIAS
TECNOLÓGICAS

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
BIBLIOTECA UNIVERSITÁRIA
REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT

ATESTADO DE VERSÃO FINAL

Eu, KLEYSER RIBEIRO, professor do curso de mestrado em engenharia civil, declaro que esta é a versão final aprovada pela comissão julgadora da dissertação/tese intitulada:
“ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO FATOR DE FRAGILIDADE DO CONCRETO NA RELAÇÃO MOMENTO CURVATURA E NA DEFORMABILIDADE DE PILARES”
de autoria do acadêmico DANIEL ALEXANDRE SCHIEVE.

Joinville, 16 de Abril de 2026.

Assinatura digital do orientador:

KLEYSER RIBEIRO